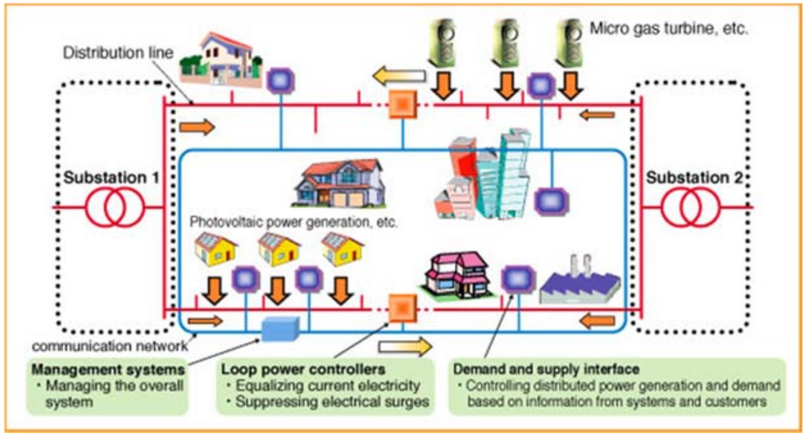
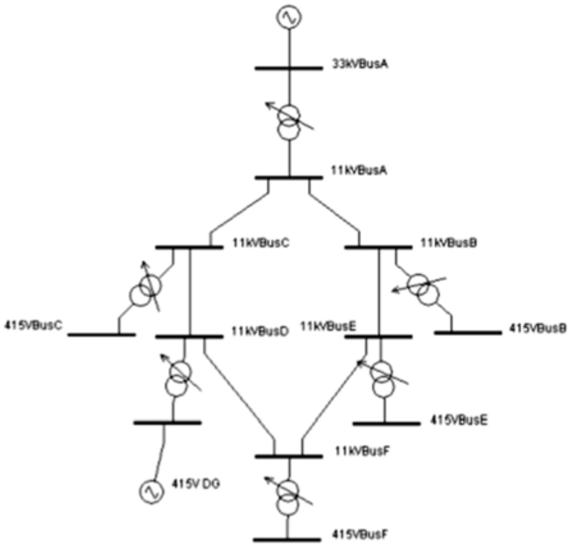
การคำนวณวงจรข่ายระบบไฟฟ้ากำลัง

Power System Network Calculation

วงจรข่ายระบบไฟฟ้ากำลัง (Power System Network)



วงจรข่ายระบบไฟฟ้ากำลัง (Power System Network)



การคำนวณวงจรข่ายของระบบไฟฟ้ากำลัง

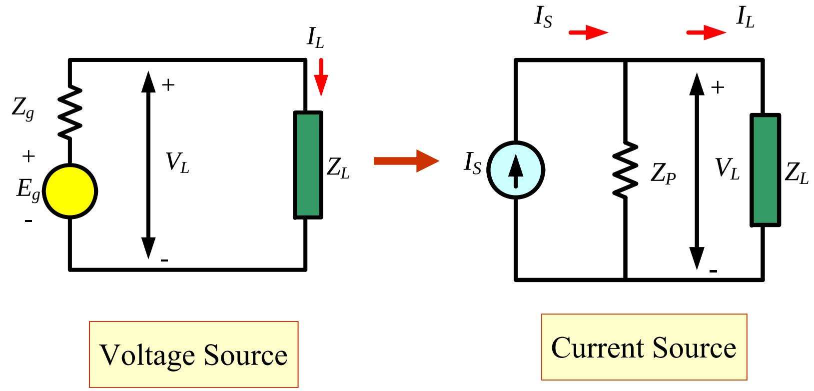
- คำนวณหาค่ากระแส (I) และแรงดัน (V)ในส่วนต่างๆของระบบ
- เขียนสมการให้อยู่ในรูปเมตริก (Matrix) เพื่อที่จะสามารถใช้คอมพิวเตอร์ช่วยคำนวณได้ **กรณีที่ระบบมีขนาดใหญ่ !!**
- สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการคำนวณ
  - **กระแสลัดวงจร (Fault)**
  - **การไหลของกำลังไฟฟ้า (Load Flow)**
  - **เสถียรภาพของระบบ (Stability)**

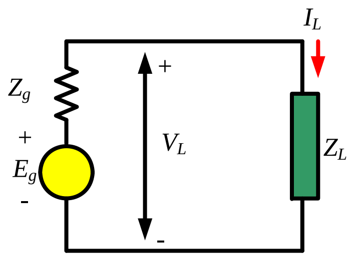
เนื้อหา

- การหาแอดมิตแตนซ์เมตริก [Y] ของระบบ
- การคำนวณเมื่อมีการตัดบัสในระบบทิ้ง
- การหาอิมพีแดนซ์เมตริก [Z]
  - หาจากส่วนกลับของเมตริกแอดมิตแตนซ์
  - หาจากวิธีตรง (Direct Determination)

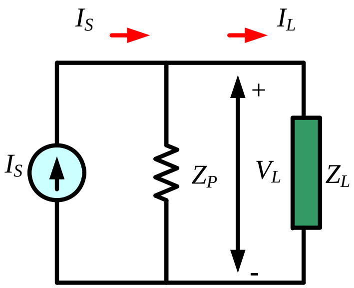
วงจรสมมูลของแหล่งจ่าย

ในการคำนวณระบบไฟฟ้ากำลัง บางทีจำเป็นต้องเปลี่ยนแหล่งจ่ายแรงดันให้เป็นแหล่งจ่ายกระแส เพื่อนำกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์ (*KCL*) มาใช้





$$V_L = E_g - I_L Z_g$$



พบว่า

$$I_S = \frac{E_g}{Z_g}$$

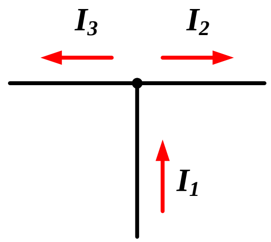
$$Z_P = Z_g$$

ดังนั้น

$$V_L = (I_S - I_L) \times Z_P$$

สมการโนด (Node Equation)

- ใช้ความรู้เรื่องกฎกระแสของเคอร์ชอฟฟ์มาคำนวณ
- ใช้หาแอตมิตแตนซ์เมตริกซ์ [Y]
- สามารถคำนวณหาแรงดัน (V) แต่ละบัสได้
- ต้องแปลงแหล่งจ่ายแรงดัน เป็นแหล่งจ่ายกระแส



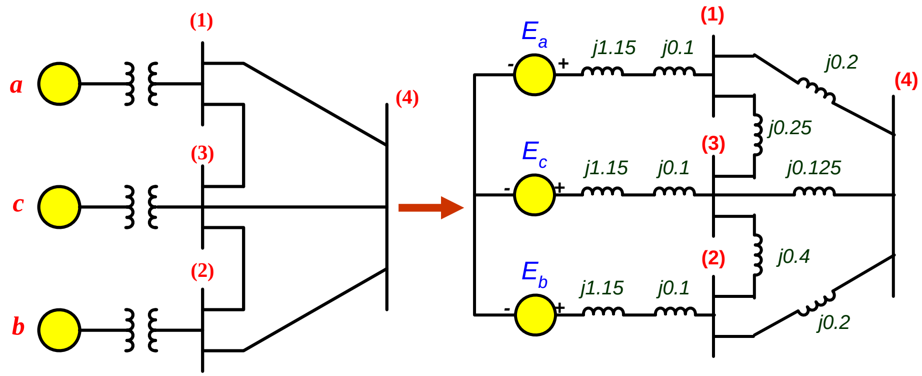
Node equation :

$$I_1 = I_2 + I_3$$

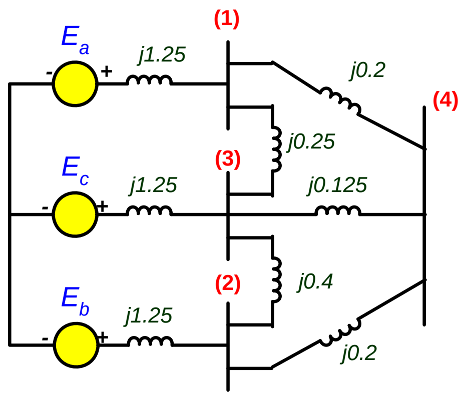
ขั้นตอนการหาสมการโนด ของระบบไฟฟ้ากำลัง

1. แปลงแผนภาพเส้นเดียวของระบบ ให้เป็นแผนภาพรีแอคแตนซ์
2. ให้รวมค่ารีแอคแตนซ์ (X) ที่ต่ออนุกรมกัน ให้เป็นค่าเดียว
3. แปลงค่ารีแอคแตนซ์ (X) ในแต่ละกิ่ง เป็นค่าแอดมิตแตนซ์ (Y)
4. แปลงแหล่งจ่ายแรงดัน (E) ให้เป็นแหล่งจ่ายกระแส (I)
5. ยุบรวมค่าแอดมิตแตนซ์ เพื่อให้จำนวนกิ่งที่เชื่อมต่อระหว่างบัสมีกิ่งเดียว
6. หาความสัมพันธ์ระหว่างแหล่งจ่ายกระแส และค่าแรงดันแต่ละบัส จาก สมการโนด (KCL)

1. แปลงแผนภาพเส้นเดียวของระบบ ให้เป็นแผนภาพรีแอคแตนซ์

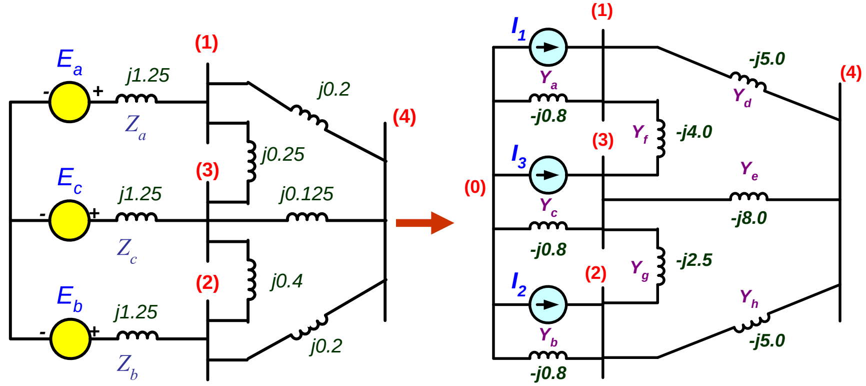


2. ให้รวมค่ารีแอคแตนซ์ (X) ที่ต่ออนุกรมกัน ให้เป็นค่าเดียว



3. แปลงค่ารีแอคแตนซ์ในแต่ละกิ่ง เป็นค่าแอดมิตแตนซ์

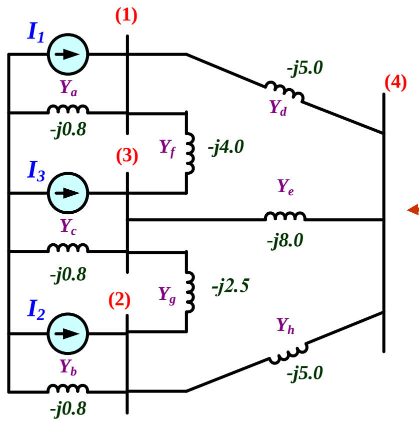
4. แปลงแหล่งจ่ายแรงดันให้เป็นแหล่งจ่ายกระแส



$$Y_a = \frac{1}{j1.25} = -j0.8$$

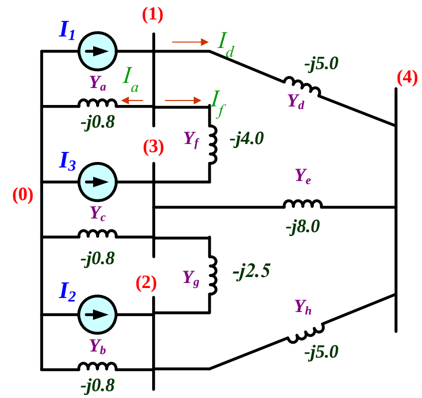
$$I_1 = \frac{E_a}{Z_a}$$

5. ยุบรวมค่าแอดมิตแตนซ์ เพื่อให้จำนวนกิ่งที่เชื่อมต่อระหว่างบัสมีกิ่งเดียว (กรณีมีหลายกิ่งต่อขนานกัน)



มีกิ่งต่อระหว่างบัส จำนวน1 กิ่ง อยู่แล้ว

จาก KCL เขียนสมการกระแสในแต่ละบัส (โนด) ได้ดังนี้



บัส 1

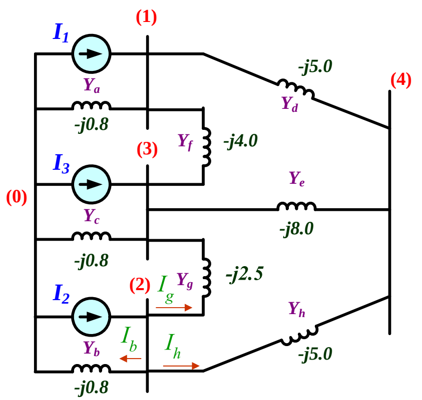
KCL

$$I_1 = I_a + I_f + I_d$$

$$= V_1 Y_a + (V_1 - V_3) Y_f + (V_1 - V_4) Y_d$$

$$= \left(Y_a + Y_f + Y_d\right) V_1 - Y_f V_3 - Y_d V_4$$

บัส 2



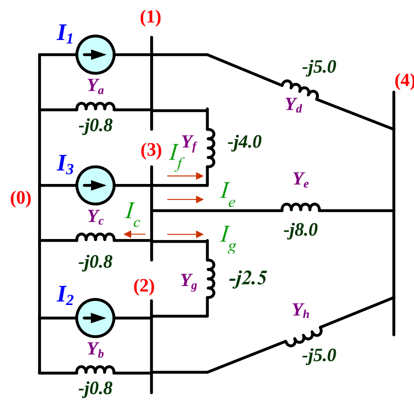
KCL

$$I_2 = I_b + I_g + I_h$$

$$= V_2 Y_b + (V_2 - V_3) Y_g + (V_2 - V_4) Y_h$$

$$= \left(Y_b + Y_g + Y_h\right) V_2 - Y_g V_3 - Y_h V_4$$

บัส 3



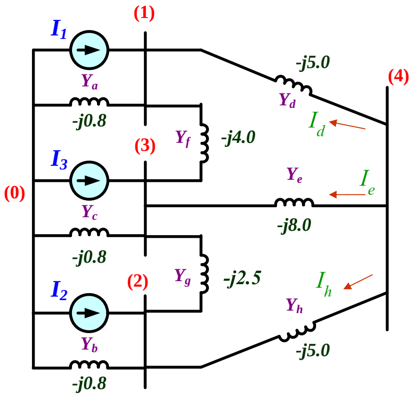
KCL

$$I_3 = I_c + I_f + I_g + I_e$$

$$= V_3 Y_c + (V_3 - V_1) Y_f + (V_3 - V_2) Y_g + (V_3 - V_4) Y_e$$

$$= \left(Y_c + Y_f + Y_g + Y_e\right) V_3 - Y_f V_1 - Y_g V_2 - Y_e V_4$$

บัส 4



KCL

$$I_4 = I_d + I_h + I_e$$

$$0 = (V_4 - V_1)Y_d + (V_4 - V_2)Y_h + (V_4 - V_3)Y_e$$

$$= (Y_d + Y_h + Y_e)V_4 - Y_d V_1 - Y_h V_2 - Y_e V_3$$

สรุป สมการกระแสในแต่ละบัสได้เป็น

บัส 1 : $I_1 = (Y_a + Y_f + Y_d)V_1 - Y_f V_3 - Y_d V_4$

บัส 2 : $I_2 = (Y_b + Y_g + Y_h)V_2 - Y_g V_3 - Y_h V_4$

บัส 3 : $I_3 = -Y_f V_1 - Y_g V_2 + (Y_c + Y_f + Y_g + Y_e)V_3 - Y_e V_4$

บัส 4 : $I_4 = 0 = -Y_d V_1 - Y_h V_2 - Y_e V_3 + (Y_d + Y_h + Y_e)V_4$

• จากสมการกระแสในแต่ละบัส เขียนในรูปเมตริก ได้เป็น

$$[I] = [Y][V]$$

จะได้

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_a + Y_f + Y_d) & 0.0 & -Y_f & -Y_d \\ 0.0 & (Y_b + Y_g + Y_h) & -Y_g & -Y_h \\ -Y_f & -Y_g & (Y_c + Y_f + Y_g + Y_e) & -Y_e \\ -Y_d & -Y_h & -Y_e & (Y_d + Y_h + Y_e) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

เมื่อแทนค่าแอดมิตแตนซ์ทั้งหมด จะได้สมการเป็น

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} -9.8 & 0.0 & 4.0 & 5.0 \\ 0.0 & -8.3 & 2.5 & 5.0 \\ 4.0 & 2.5 & -15.3 & 8.0 \\ 5.0 & 5.0 & 8.0 & -18.0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

แอดมิตแตนซ์เมตริก (Admittance Matrix, [*Y*])

- เป็นเมตริกซ์แบบสมมาตร (Symmetrical Metrix)
- ค่าในแนวทแยงมุม (diagonal) เป็นค่าลบ

เขียนเมตริกให้อยู่ในรูปทั่วไปได้เป็น

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} & Y_{24} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} & Y_{34} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & Y_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} \rightarrow \boxed{I_k = \sum_{n=1}^{N} Y_{kn} V_n}$$

Y_{11}, Y_{22}, Y_{33} และ Y_{44} เรียกว่า แอดมิตแตนซ์ตัวเอง (Self admittace)

$Y_{12}, Y_{13}, Y_{14}, Y_{21}, \ldots$ เรียกว่า แอดมิตแตนซ์ร่วม (Mutual admittace)

เมื่อ $\underset{\text{แถว}}{k} \neq \underset{\text{หลัก}}{n} \longrightarrow \boxed{Y_{kn} = Y_{nk}}$

การหาสมการโนดด้วยการมองผ่าน (Inspection)

Self Admittace

- หาจากผลบวกของแอดมิตแตนซ์ทั้งหมดที่ต่ออยู่กับโนด (บัส) นั้น

Mutual Admittace

- หาจากค่าลบของแอดมิตแตนซ์ที่ต่อระหว่างโนด (บัส) ทั้งสองนั้น

ค่ากระแส ($I_1, I_2, \ldots$)

- หาจากการแปลงแหล่งจ่ายแรงดัน (Voltage Source) เป็นแหล่งจ่ายกระแส (Current Source)

• ถ้ารู้ขนาดแรงดันแหล่งจ่าย ก็สามารถหาขนาดแรงดันแต่ละบัสได้

$$[I] = [Y][V]$$

$$[Y]^{-1} \cdot [I] = [Y]^{-1} \cdot [Y] \cdot [V]$$

$$[Y]^{-1} \cdot [I] = [V]$$

$$[Z] \cdot [I] = [V]$$

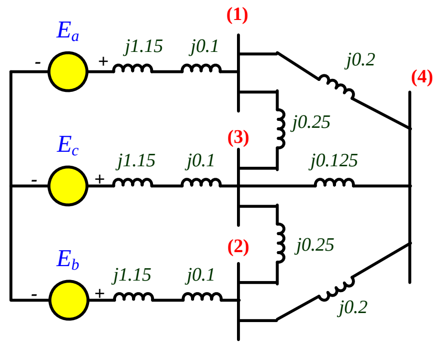
เมื่อ $[Z] \longrightarrow$ อิมพีแดนซ์เมตริก (Impedance Matrix)

- ได้จากการอินเวิร์ส (inverse) แอดมิตแตนซ์เมตริก $[Y]^{-1}$

- กรณีเมตริกมีขนาดใหญ่ ต้องใช้คอมพิวเตอร์คำนวณ

ตัวอย่างที่ 1

จากระบบไฟฟ้ากำลังตัวอย่างดังรูป ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าแต่ละตัวมีค่า emf ดังต่อไปนี้



$$E_a = 1.5\angle 0^\circ$$

$$E_b = 1.5\angle -36.87^\circ$$

$$E_c = 1.5\angle 0^\circ$$

จงหา แรงดันไฟฟ้าที่แต่ละบัส (โนด) ในระบบ

จากการคำนวณที่ผ่านมาพบว่า

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} -9.8 & 0.0 & 4.0 & 5.0 \\ 0.0 & -8.3 & 4.0 & 5.0 \\ 4.0 & 4.0 & -26.87 & 8.0 \\ 5.0 & 5.0 & 8.0 & -18.0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

• หาค่ากระแส I_1 - I_4 จากการแปลงแหล่งจ่ายแรงดัน เป็น แหล่งจ่ายกระแส

$$I_1 = \frac{E_a}{Z_a} \qquad = \frac{1.5\angle 0^\circ}{j1.25} \qquad = 1.2\angle -90^\circ$$

$$= 0 - j1.20$$

$$I_2 = \frac{E_b}{Z_b} \qquad = \frac{1.5\angle -36.87^\circ}{j1.25} \qquad = 1.2\angle -126.87^\circ$$

$$= -0.72 - j0.96$$

$$I_3 = \frac{E_c}{Z_c} \qquad = \frac{1.5\angle 0^\circ}{j1.25} \qquad = 1.2\angle -90^\circ$$

$$= 0 - j1.20$$

$I_4 = 0$ ← ไม่มีแหล่งจ่าย (no source)

แทนค่ากระแส ในเมตริกของสมการโนด ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} (0 - j1.20) \\ (-0.72 - j0.96) \\ (0 - j1.2) \\ 0 \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} -9.8 & 0.0 & 4.0 & 5.0 \\ 0.0 & -8.3 & 4.0 & 5.0 \\ 4.0 & 4.0 & -26.87 & 8.0 \\ 5.0 & 5.0 & 8.0 & -18.0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

หาแรงดันแต่ละบัสจาก

$$[Y]^{-1} \cdot [I] = [V]$$

$$[Z] \cdot [I] = [V]$$

• หาค่าแรงดันแต่ละบัสได้เป็น $[Y]^{-1}$

$$j\begin{bmatrix} 0.4774 & 0.3706 & 0.4020 & 0.4142 \\ 0.3706 & 0.4872 & 0.3922 & 0.4126 \\ 0.4020 & 0.3922 & 0.4558 & 0.4232 \\ 0.4142 & 0.4126 & 0.4232 & 0.4733 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} (0 - j1.20) \\ (-0.72 - j0.96) \\ (0 - j1.2) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

จะได้

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.411 - j0.2668 \\ 1.3830 - j0.3508 \\ 1.4059 - j0.2824 \\ 1.4009 - j0.2971 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.436\angle -10.71^\circ \\ 1.427\angle -14.24^\circ \\ 1.434\angle -11.36^\circ \\ 1.432\angle -11.97^\circ \end{bmatrix}$$

การตัดบัสทิ้ง (Node Eliminate)

- การหาสมการโนด กรณีที่บัสบางบัสหายไปจากระบบ อันเนื่องจาก
  - มีการยกเลิกการใช้บัสนั้นในระบบ
  - มีการเปิดวงจรที่บัสนั้นๆ อันเนื่องจากความผิดพล่องในระบบ

- **วิธีการตัดบัสทิ้ง**
  1. โดยการแบ่งส่วนของเมตริก (Matrix Partitioning)
  2. โดยการตัดทีละบัส (Korn Reduction)

การแบ่งส่วนของเมตริก (matrix partitioning)

จาก $[I]=[Y][V]$

ผลคูณของ [Y] กับ [V] สามารถหาได้จากการแบ่งส่วนของเมตริก

$$Y=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad V=\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

- ถ้าแบ่ง $[V]$ ระหว่างแถว r กับ r+1 → $[Y]$ จะต้อง

* แบ่งคอลัมน์ระหว่าง คอลัมน์ r กับ r+1

* แบ่งแถวระหว่าง แถว r กับ r+1

$$[V]=\left[\begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ \hline V_3 \end{array}\right] \rightarrow [Y]=\left[\begin{array}{cc|c} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ \hline Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{array}\right]$$

$$[Y]=\left[\begin{array}{c|c} D & E \\ \hline F & G \end{array}\right]$$

แบ่ง $[Y]$ ออกเป็นซับเมตริก (Sub matrix) 4 อัน

จาก $[Y]=\left[\begin{array}{c|c} D & E \\ \hline F & G \end{array}\right]$ จะได้

$$D=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \qquad E=\begin{bmatrix} Y_{13} \\ Y_{23} \end{bmatrix}$$

$$F=\begin{bmatrix} Y_{31} & Y_{32} \end{bmatrix} \qquad G=\begin{bmatrix} Y_{33} \end{bmatrix}$$

ส่วน [V] แบ่งเป็น $V=\begin{bmatrix} H \\ J \end{bmatrix}$ จะได้

$$H=\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad J=[V_3]$$

จาก $[I]=[Y][V]$ จะได้

$$[I]=\begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix}\begin{bmatrix} H \\ j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} DH+EJ \\ FH+GJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \\ N \end{bmatrix}$$

$$[M]=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} Y_{13} \\ Y_{23} \end{bmatrix}[V_3] \longrightarrow \begin{bmatrix} Y_{11}V_1+Y_{12}V_2+Y_{13}V_3 \\ Y_{21}V_1+Y_{22}V_2+Y_{23}V_3 \end{bmatrix}$$

$$[N]=[Y_{31} \quad Y_{32}]\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}+[Y_{33}][V_3] \longrightarrow [Y_{31}V_1+Y_{32}V_2+Y_{33}V_3]$$

การตัดบัสทิ้ง โดยการแบ่งส่วนของเมตริก

จาก $[I]=[Y][V]$ ถ้าบัสใดไม่มีกระแสเข้าหรือออกเลย สามารถตัดบัสนั้นออกจากจากสมการเมตริกได้

$$\begin{bmatrix} I_R \\ I_E \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} K & L \\ L^T & M \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_R \\ V_E \end{bmatrix}$$

เมื่อ I_R คือ กระแสของบัสที่ต้องการให้คงอยู่ (retained bus)

I_E คือ กระแสของบัสที่ตัดทิ้ง (eliminated bus)

จะได้ $I_R = KV_R + LV_E$ $I_E = L^T V_R + MV_E$

- **บัสที่ตัดทิ้ง** $\longrightarrow$ $I_E = 0$ ส่งผลให้

$$0 = L^T V_R + MV_E \longrightarrow V_E = -M^{-1}L^T V_R$$

- แทนค่า V_E ในสมการของ I_R จะได้

$$I_R = KV_R - LM^{-1}L^T V_R$$

$$= \left(K - LM^{-1}L^T\right)V_R$$

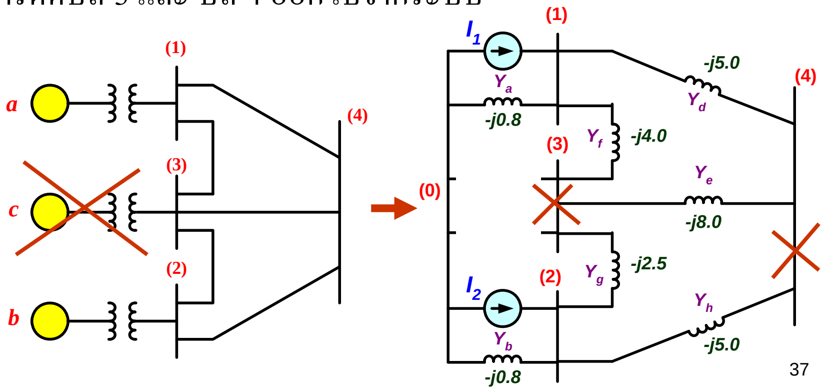
- บัสแอดมิตแตนซ์ $[Y]$ ที่เหลืออยู่ มีค่า

$$[Y]=[K]-[L][M]^{-1}\left[L^T\right]$$

จากเมตริก $[Y]$ ที่ได้ใหม่ จะสามารถนำไปเขียนแบบจำลองระบบไฟฟ้าเมื่อมีการตัดบัสออก ได้

ตัวอย่างที่ 2

จากระบบในตัวอย่างที่ 1 ถ้าเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและหม้อแปลงที่บัส 3 ถูกเอาออกไปจากระบบ ให้หาวงจรสมมูลของระบบไฟฟ้า เมื่อทำการตัดบัส 3 และ บัส 4 ออกไปจากระบบ



$$[Y]=\begin{bmatrix} K & L \\ L^T & M \end{bmatrix} = j\left[\begin{array}{cc|cc} -9.8 & 0.0 & 4.0 & 5.0 \\ 0.0 & -8.3 & 2.5 & 5.0 \\ \hline 4.0 & 2.5 & \boxed{-14.5} & 8.0 \\ 5.0 & 5.0 & 8.0 & -18.0 \end{array}\right]$$

หาแอดมิตแตนซ์เมตริกใหม่ จาก $[Y]=[K]-[L][M]^{-1}\left[L^T\right]$

$$M^{-1}=\frac{1}{-197}\begin{bmatrix} -j18.0 & -j8.0 \\ -j8.0 & -j14.5 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} j0.0914 & j0.0406 \\ j0.406 & j0.0736 \end{bmatrix}$$

$$LM^{-1}L^T=\begin{bmatrix} j4.0 & j5.0 \\ j2.5 & j5.0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} j0.0914 & j0.0406 \\ j0.0406 & j0.0736 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} j4.0 & j2.5 \\ j5.0 & j5.0 \end{bmatrix}$$

$$=-\begin{bmatrix} j4.9264 & j4.0736 \\ j4.0736 & j3.4264 \end{bmatrix}$$

จาก $[Y]=[K]-[L][M]^{-1}\left[L^T\right]$ จะได้

$$=\begin{bmatrix} -j9.8 & 0.0 \\ 0.0 & -j8.3 \end{bmatrix}-\left(-\begin{bmatrix} j4.9264 & j4.0736 \\ j4.0736 & j3.4264 \end{bmatrix}\right)$$

$$=\begin{bmatrix} -j4.8736 & j4.0736 \\ j4.0736 & -j4.8736 \end{bmatrix}$$

จาก Y_{11} = - j4.8736 ← $Y_{11}=Y_{10}+Y_{12}$

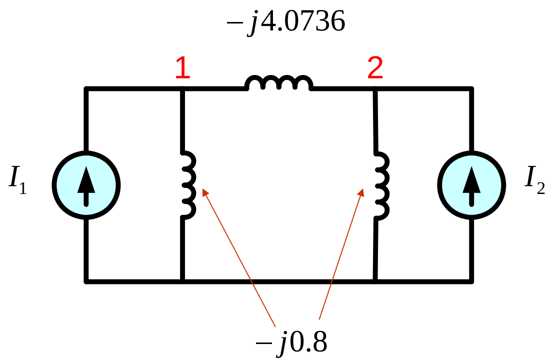
- **ค่าแอดมิตแตนซ์ระหว่างบัส 1 กับบัสนิวทรัล (Y_{10})**

$$Y_{10}=Y_{11}-Y_{12}$$

$$=-j4.8736-(-j4.0736)$$

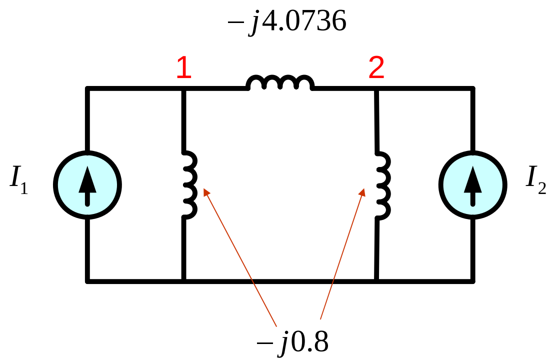
$$=-j0.800 \quad \text{p.u.}$$

สามารถเขียนแผนภาพระบบใหม่ ภายหลังตัดบัส 3 กับ 4 ได้เป็น

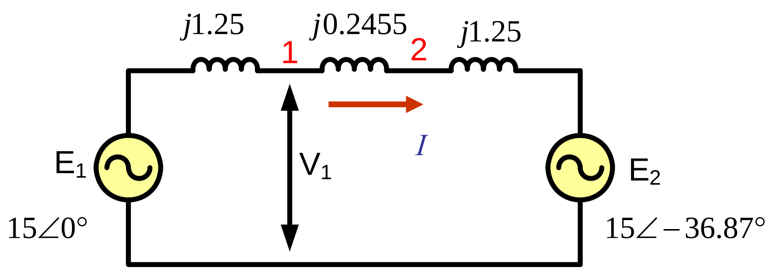


ตัวอย่างที่ 3

จาก ตัวอย่างที่ 2 จงหากำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่านระบบจากบัส 1 ไป บัส 2 และให้หาค่าแรงดันที่บัส 1



เพื่อให้การคำนวณง่ายขึ้น แปลง current source → voltage source



$$I = \frac{E_1 - E_2}{Z} = \frac{(1.5\angle 0°) - (1.5\angle -36.87°)}{j(1.25 + 0.2455 + 1.25)}$$

$$= 0.3455\angle -18.44° \quad \text{p.u.}$$

- เนื่องจากพารามิเตอร์ระหว่างบัส 1 กับ บัส 2 มีแต่ค่ารีแอคแตนซ์

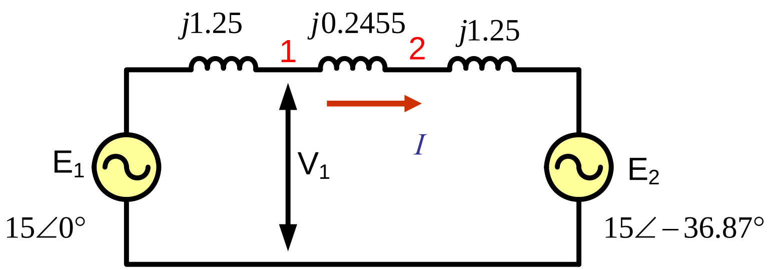
กำลังไฟฟ้าที่ไหลผ่าน คือ กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ (Q)

- กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ (Q)ที่ไหลจากบัส 1 ไป บัส 2 มีค่าเท่ากับ

$$Q_{12} = I^2 \times X_{12}$$

$$= (0.3455)^2 \times 2.755$$

$$= 0.328 \quad \text{p.u.}$$



• **แรงดันที่บัส 1**

$$V_1 = E_1 - I(j1.25)$$
$$= 1.50 - j1.25(0.3455\angle 18.44°)$$
$$= 1.50 - j1.25(0.3278 - j0.1098)$$
$$= 1.363 - j0.410$$

ข้อเสียของ การตัดบัสทิ้ง โดยการแบ่งส่วนของเมตริก

• กรณีที่ตัดบัสมากกว่า 1 บัสทิ้งพร้อมๆ กัน จะต้องเสียเวลาในการอินเวิร์สเมตริก [*M*]

• ถ้าเมตริก [*M*] มีขนาดใหญ่มาก การอินเวิร์สไม่สามารถใช้มือคำนวณได้ ต้องใช้คอมพิวเตอร์ในการคำนวณ

การตัดบัสทิ้งทีละบัส (Kron Reduction)

• แก้ปัญหาการตัดบัสทิ้งทีเดียวหลายบัส แล้วทำให้เมตริก [*M*] มีขนาดใหญ่เกินจนทำการอินเวิร์สลำบาก

• ใช้หลักการเดียวกับการตัดบัสทิ้งโดยการแบ่งส่วนของเมตริก แต่จะค่อยๆตัดทีละบัสไปเรื่อยๆ

• เมตริกแอดมิตแตนซ์ [*Y*] จะเปลี่ยนไป ในแต่ละครั้งที่ทำการตัดบัสทีละบัส

หลักการ การตัดบัสทิ้งทีละบัส

จากวิธีการตัดบัสทิ้ง โดยการแบ่งส่วนของเมตริก ถ้าตัดทีละบัส พบว่า

- เมตริก [*M*] จะมีสมาชิกตัวเดียว
- สามารถหาอินเวิร์สของ [*M*] ได้ง่าย

$$[Y] = \left[\begin{array}{ccccc|c} Y_{11} & \cdots & Y_{1j} & \cdots & & Y_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ Y_{k1} & \cdots & Y_{kj} & \cdots & & Y_{kn} \\ \vdots & & \vdots & & & \vdots \\ \hline Y_{n1} & \cdots & Y_{nj} & \cdots & & Y_{nn} \end{array}\right]$$

$[K]$ (บนซ้าย), $[L]$ (คอลัมน์ขวาบน), $[L^T]$ (แถวล่างซ้าย), $[M]$ (ล่างขวา)

จาก $[Y]=[K]-[L][M]^{-1}[L^T]$

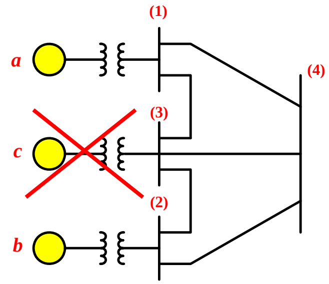
$$[Y]=\begin{bmatrix} Y_{11} & \cdots & Y_{1j} & \cdots \\ \vdots & & & \\ Y_{k1} & \cdots & Y_{kj} & \cdots \\ \vdots & & & \end{bmatrix}-\begin{bmatrix} Y_{1n} \\ \vdots \\ Y_{kn} \\ \vdots \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{nn}} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_{n1} & \cdots & Y_{nj} & \cdots \end{bmatrix}$$

เมตริก $[Y]$ จะเหลือขนาด $(n-1)\times(n-1)$ สรุปเป็นสมการได้เป็น

$$Y_{kj(new)}=Y_{kj(original)}-\frac{Y_{kn}Y_{nj}}{Y_{nn}}$$

ตัวอย่างที่ 4

จากระบบใน **ตัวอย่างที่ 2** ให้หาเมตริกแอดมิตแตน เมื่อตัดบัส 3 และบัส 4 ออกจากระบบ โดยใช้วิธีตัดทีละบัส



$$[Y]=\begin{bmatrix} -j9.8 & 0.0 & j4.0 & j5.0 \\ 0.0 & -j8.3 & j2.5 & j5.0 \\ j4.0 & j2.5 & -j14.5 & j8.0 \\ j5.0 & j5.0 & j8.0 & -j18.0 \end{bmatrix}$$

ตัดบัสที่ 4 ออกก่อน

$$[Y]=\begin{bmatrix} -j9.8 & 0.0 & j4.0 & j5.0 \\ 0.0 & -j8.3 & j2.5 & j5.0 \\ j4.0 & j2.5 & -j14.5 & j8.0 \\ j5.0 & j5.0 & j8.0 & -j18.0 \end{bmatrix}$$

บัส 4

จาก $$Y_{kj(new)}=Y_{kj(original)}-\frac{Y_{kn}Y_{nj}}{Y_{nn}}$$ จะได้

$$Y_{11(new)}=Y_{11(original)}-\frac{Y_{14}\times Y_{41}}{Y_{44}}=-j9.8-\frac{j5.0\times j5.0}{-j18.0}$$

$$=-j8.4111$$

$$[Y]=\begin{bmatrix} -j9.8 & 0.0 & j4.0 & j5.0 \\ 0.0 & -j8.3 & j2.5 & j5.0 \\ j4.0 & j2.5 & -j14.5 & j8.0 \\ j5.0 & j5.0 & j8.0 & -j18.0 \end{bmatrix}$$

$$Y_{12(new)}=Y_{12(original)}-\frac{Y_{14}\times Y_{42}}{Y_{44}}$$

$$=0.0-\frac{j5.0\times j5.0}{-j18.0}$$

$$=j1.3889$$

$$=Y_{21(new)}$$

$$Y_{13(new)}=Y_{13(original)}-\frac{Y_{14}\times Y_{43}}{Y_{44}}$$

$$=j4.0-\frac{j5.0\times j8.0}{-j18.0}$$

$$=j6.2222$$

$$=Y_{31(new)}$$

$$[Y]=\begin{bmatrix} -j9.8 & 0.0 & j4.0 & j5.0 \\ 0.0 & -j8.3 & j2.5 & j5.0 \\ j4.0 & j2.5 & -j14.5 & j8.0 \\ j5.0 & j5.0 & j8.0 & -j18.0 \end{bmatrix}$$

$$Y_{22(new)} = Y_{22(original)} - \frac{Y_{24}\times Y_{42}}{Y_{44}}$$

$$= -j8.3 - \frac{j5.0\times j5.0}{-j18.0}$$

$$= -j6.9111$$

$$Y_{23(new)} = Y_{23(original)} - \frac{Y_{24}\times Y_{43}}{Y_{44}}$$

$$= j2.5 - \frac{j5.0\times j8.0}{-j18.0}$$

$$= j4.7222$$

$$= Y_{32(new)}$$

$$[Y]=\begin{bmatrix} -j9.8 & 0.0 & j4.0 & j5.0 \\ 0.0 & -j8.3 & j2.5 & j5.0 \\ j4.0 & j2.5 & -j14.5 & j8.0 \\ j5.0 & j5.0 & j8.0 & -j18.0 \end{bmatrix}$$

$$Y_{33(new)} = Y_{33(original)} - \frac{Y_{34}\times Y_{43}}{Y_{44}}$$

$$= -j14.5 - \frac{j8.0\times j8.0}{-j18.0}$$

$$= -j10.9444$$

- เมตริกแอดมิตแตนซ์ $[Y]$ ภายหลังตัด บัส 4 ออกไป เป็น

$$[Y]=\begin{bmatrix} -j8.4111 & j1.3889 & j6.2222 \\ j1.3889 & -j6.9111 & j4.7222 \\ j6.2222 & j4.7222 & -j10.9444 \end{bmatrix}$$

- ตัด บัส 3 โดยใช้ $[Y]$ ที่ได้จากการตัดบัส 4 มาคำนวณ

$$[Y]=\begin{bmatrix} -j8.4111 & j1.3889 & j6.2222 \\ j1.3889 & -j6.9111 & j4.7222 \\ j6.2222 & j4.7222 & -j10.9444 \end{bmatrix}$$

และใช้สูตร

$$Y_{kj(new)} = Y_{kj(original)} - \frac{Y_{kn}Y_{nj}}{Y_{nn}}$$

$$[Y]=\begin{bmatrix} -j8.4111 & j1.3889 & j6.2222 \\ j1.3889 & -j6.9111 & j4.7222 \\ j6.2222 & j4.7222 & -j10.9444 \end{bmatrix}$$

$$Y_{11(new)} = Y_{11(original)} - \frac{Y_{13}\times Y_{31}}{Y_{33}}$$

$$= -j8.4111 - \frac{j6.2222\times j4.7222}{-j10.9444} \qquad = -j4.8736$$

$$Y_{22(new)} = Y_{22(original)} - \frac{Y_{23}\times Y_{32}}{Y_{33}}$$

$$= -j6.9111 - \frac{j4.7222\times j4.7222}{-j10.9444} \qquad = -j4.8736$$

$$[Y]=\left[\begin{array}{cc:c} -j8.4111 & j1.3889 & j6.2222 \\ j1.3889 & -j6.9111 & j4.7222 \\ \hdashline j6.2222 & j4.7222 & -j10.9444 \end{array}\right]$$

$$Y_{12(new)} = Y_{12(original)} - \frac{Y_{13}\times Y_{32}}{Y_{33}}$$

$$= j1.3889 - \frac{j6.2222\times j4.7222}{-j10.9444} \qquad = j4.0736$$

$$= Y_{21(new)}$$

• เมตริกแอดมิตแตนซ์ $[Y]$ ภายหลังตัดบัส 3 และ 4 เป็น

$$[Y]=\begin{bmatrix} -j4.8736 & j4.0736 \\ j4.0736 & -j4.8736 \end{bmatrix}$$

ลองเทียบกับค่าที่ได้จากตัวอย่างที่ 2

หมายเหตุ

• บัสที่ต้องการตัด จะต้องอยู่ลำดับสุดท้ายของเมตริกสมการกระแส ถึงจะทำการตัดแบบแบ่งส่วนเมตริกหรือตัดทีละบัสได้

เช่น ต้องการตัด **บัสที่ 2** จากสมการกระแส

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} -9.8 & 0.0 & 4.0 & 5.0 \\ 0.0 & -8.3 & 2.5 & 5.0 \\ 4.0 & 2.5 & -15.3 & 8.0 \\ 5.0 & 5.0 & 8.0 & -18.0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

ต้องเลื่อนสมการบัส 2 มาไว้ลำดับสุดท้ายก่อน

• **เมตริกสมการกระแส [*I*]เพื่อทำการตัดบัส เป็น**

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = j\begin{bmatrix} -9.8 & 0.0 & 4.0 & 5.0 \\ 0.0 & -8.3 & 2.5 & 5.0 \\ 4.0 & 2.5 & -15.3 & 8.0 \\ 5.0 & 5.0 & 8.0 & -18.0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_4 \\ I_3 \\ I_2 \end{bmatrix} = j\left[\begin{array}{ccc:c} -9.8 & 0.0 & 4.0 & 5.0 \\ 5.0 & 5.0 & 8.0 & -18.0 \\ 4.0 & 2.5 & -15.3 & 8.0 \\ \hdashline 0.0 & -8.3 & 2.5 & 5.0 \end{array}\right]\begin{bmatrix} V_1 \\ V_4 \\ V_3 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

เมตริกบัสอิมพีแดนซ์ (Bus Impedance Matrix)

- เมตริกบัสอิมพีแดนซ์หาจากการอินเวิร์สเมตริกบัสแอดมิตแตนซ์

$$[Z]=[Y]^{-1}$$

- สำหรับระบบไฟฟ้า ที่มี 3 บัส จะได้ว่า

$$[Z]=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}$$

$[Z]$ เป็นเมตริกสมมาตรรอบเส้นทะแยงผ่าน Z_{11}, Z_{22}, Z_{33}

$$[Z]=\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}$$

$Z_{kk}=Z_{11},\ Z_{22},\ Z_{33}$ เรียกว่า อิมพีแดนซ์ประจำบัส (Driving- Point Impedance of the Bus (Node))

$Z_{kn}=Z_{12},\ Z_{23},\ Z_{21}\ldots$ เรียกว่า อิมพีแดนซ์โอนย้าย (Transfer Impedance of the Bus (Node))

การหาเมตริกบัสแอดมิตแตนซ์ [Y] จากวงจรระบบไฟฟ้า

- หาค่า แอดมิตแตนซ์ แต่ละตำแหน่งในเมตริกซ์ โดยคำนวณจากวงจรไฟฟ้าของระบบไฟฟ้ากำลัง
- ใช้หลักการ superposition ของการวิเคราะห์วงจรไฟฟ้า

จาก $[I]=[Y][V]$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}$$

จะได้กระแสที่ไหลเข้าบัส 2 เป็น

$$I_2=Y_{21}V_1+Y_{22}V_2+Y_{23}V_3$$

จากสมการ

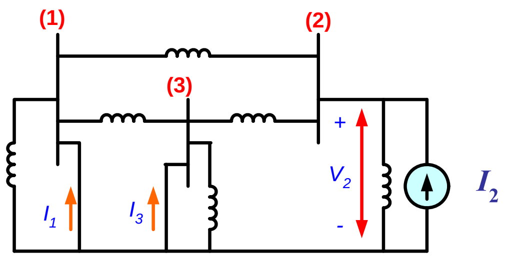
ถ้าลัดวงจรที่บัส 1 และ บัส 3 ลงดิน ($V_1=V_3=0$) จะสามารถหาค่า Y_{22} ได้

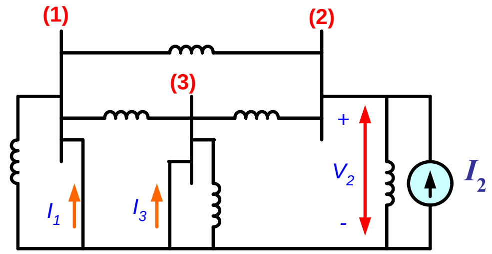
สามารถหาค่า Y_{22} ได้เป็น

$$Y_{22} = \left.\frac{I_2}{V_2}\right|_{V_1 = V_3 = 0}$$

อัตราส่วนกระแสที่พุ่งเข้าบัสนั้นกับแรงดันที่บัสนั้น เมื่อลัดวงจรบัสที่เหลือลงดิน

สามารถเขียนวงจรไฟฟ้า เพื่อใช้หาค่า Y_{22} ได้เป็น





วงจรนี้ ยังสามารถใช้หาค่า Y_{12} และ Y_{32} ได้จาก

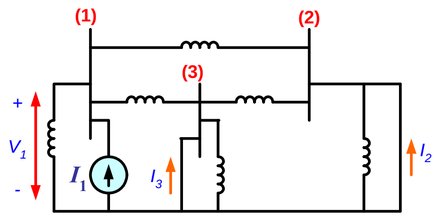
$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 + Y_{13}V_3$$

$$Y_{12} = \left.\frac{I_1}{V_2}\right|_{V_1 = V_3 = 0}$$

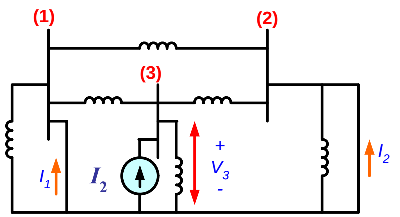
$$I_3 = Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2 + Y_{33}V_3$$

$$Y_{32} = \left.\frac{I_3}{V_2}\right|_{V_1 = V_3 = 0}$$

- สามารถหา Y_{11}, Y_{21} และ Y_{31} ได้จากวงจร



- สามารถหา Y_{13}, Y_{23} และ Y_{33} ได้จากวงจร



การหาเมตริกบัสอิมพีแดนซ์ [Z]จากวงจรระบบไฟฟ้า

จาก $[V] = [Z][I]$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

จะได้แรงดันที่บัส 2 เป็น

$$V_2 = Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + Z_{23}I_3$$

จากสมการ

ถ้าเปิดวงจรที่บัส 1 และ บัส 3 ลงดิน ($I_1 = I_3 = 0$) จะสามารถหาค่า Z_{22} ได้

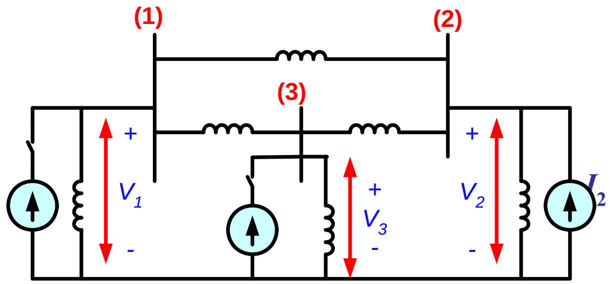
สามารถหาค่า Z_{22} ได้เป็น

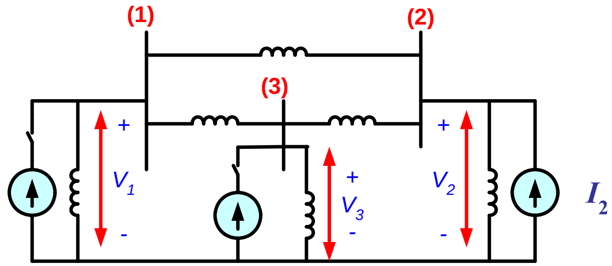
$$Z_{22} = \left.\frac{V_2}{I_2}\right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

อัตราส่วนแรงดันที่บัสนั้นกับกระแสที่พุ่งเข้าบัสนั้น เมื่อเปิดวงจรบัสที่เหลือ

$$Z_{22} \neq 1/Y_{22}$$

สามารถเขียนวงจรไฟฟ้า เพื่อใช้หาค่า Z_{22} ได้เป็น





วงจรนี้ ยังสามารถใช้หาค่า Z_{12} และ Z_{32} ได้จาก

$$V_1 = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3$$

$$Z_{12} = \left.\frac{V_1}{I_2}\right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

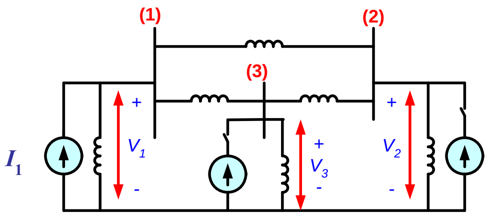
$$Z_{12} \neq \frac{1}{Y_{12}}$$

$$V_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3$$

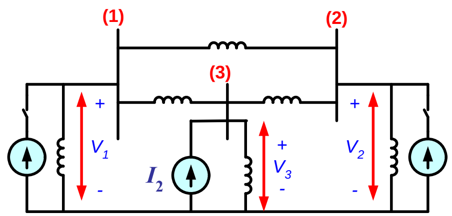
$$Z_{32} = \left.\frac{V_3}{I_2}\right|_{I_1 = I_3 = 0}$$

$$Z_{32} \neq \frac{1}{Y_{32}}$$

• สามารถหา Z_{11}, Z_{21} และ Z_{31} ได้จากวงจร



• สามารถหา Z_{13}, Z_{23} และ Z_{33} ได้จากวงจร



สรุป การหาเมตริกบัสอิมพีแดนซ์จากวงจรระบบไฟฟ้า

1. อิมพีแดนซ์ประจำบัส (โนด) (driving – point impedance)

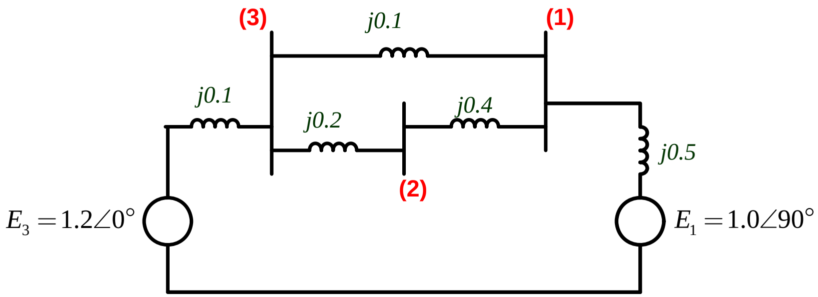
สามารถคำนวณได้จากวงจรไฟฟ้ากำลัง โดยการมองการต่อของอิมพีแดนซ์ต่างๆ โดยเปิดวงจรแหล่งจ่ายกระแส (ลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดัน) ที่บัสอื่น

2. อิมพีแดนซ์โอนย้าย (transfer impedance)

หาจากการมองการต่อของอิมพีแดนซ์ได้ลำบาก ไม่เหมาะที่จะหาจากวิธีดูจากระบบไฟฟ้ากำลังโดยตรง

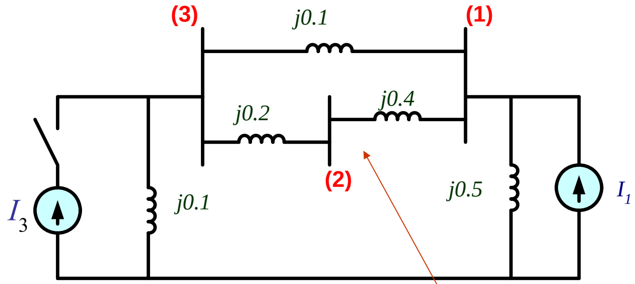
ตัวอย่างที่ 5

จากระบบไฟฟ้ากำลังในรูป จงหา Z_{11}, Z_{22} และ Z_{33}



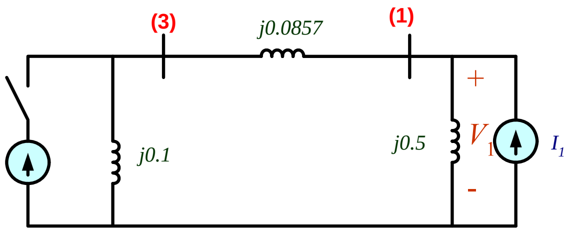
หา $Z_{11} = \dfrac{V_1}{I_1}$ เมื่อลัดวงจรที่แหล่งจ่ายแรงดันบัส 3 (เปิดวงจรที่แหล่งจ่ายกระแสที่บัส 3)

จะได้รูปวงจรเพื่อหา Z_{11} เป็น



$$\frac{(j0.1)(j0.2 + j0.4)}{j0.1 + j0.2 + j0.4} = j0.0857$$

สามารถยุบวงจรได้เป็น

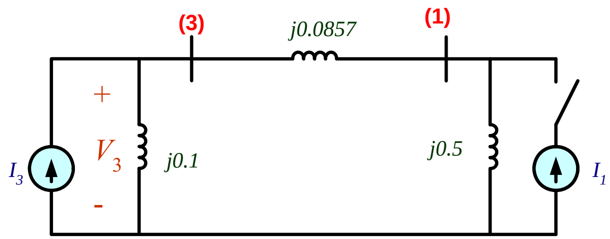


จาก $Z_{11} = \dfrac{V_1}{I_1}$ จะได้

$$Z_{11} = \frac{j0.5(j0.1 + j0.0857)}{j0.5 + j0.1 + j0.0857}$$

$$= j0.1354$$

ทำนองเดียวกัน หา Z_{33} ได้จาก

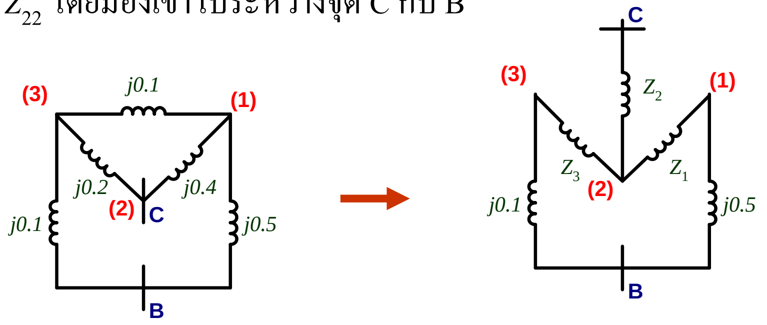


จาก $Z_{33} = \dfrac{V_3}{I_3}$ จะได้

$$Z_{33} = \frac{j0.1(j0.5 + j0.0857)}{j0.1 + j0.5 + j0.0857}$$

$$= j0.0854$$

หา Z_{22} โดยมองเข้าไประหว่างจุด C กับ B



$$Z_1 = \frac{(j0.1)(j0.4)}{j0.1 + j0.2 + j0.4}$$

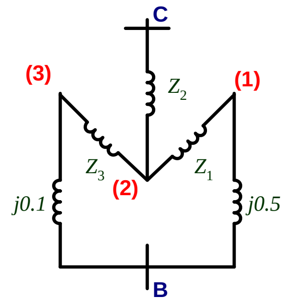
$$= j0.0571$$

$$Z_2 = \frac{(j0.2)(j0.4)}{j0.1 + j0.2 + j0.4}$$

$$= j0.1143$$

$$Z_3 = \frac{(j0.1)(j0.2)}{j0.1 + j0.2 + j0.4}$$

$$= j0.0286$$



หาอิมพีแดนซ์ระหว่างจุด C กับ B เพื่อหาค่า Z_{22}

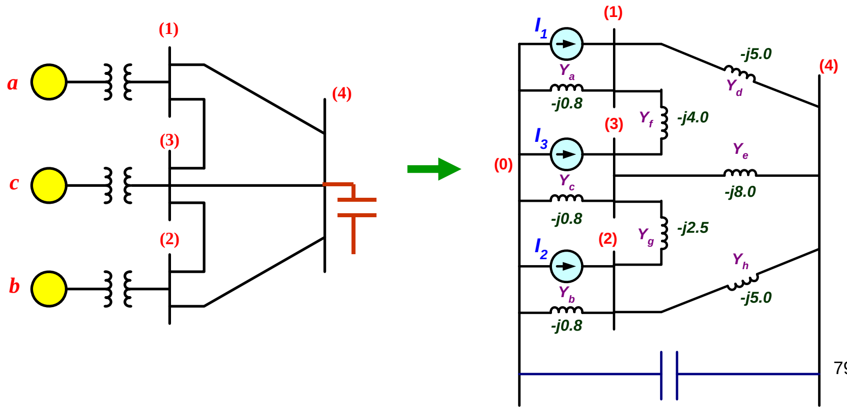
$$Z_{22} = \frac{(j0.0268 + j0.1)(j0.0571 + j0.5)}{j0.0286 + j0.1 + j0.0571 + j0.5} + j0.1143$$

$$= j0.1045 + j0.1143$$

$$= j0.2188$$

ตัวอย่างที่ 6

จากระบบไฟฟ้ากำลัง ในตัวอย่างที่ 1 ถ้าหากมีการเพิ่มตัวเก็บประจุที่มีค่ารีแอคแตนซ์ 5.0 p.u. โดยต่อระหว่างบัส 4 กับสายกลาง และค่า E_a, E_b, E_c เท่าเดิม ให้คำนวณหากระแสไหลเข้าตัวเก็บประจุ



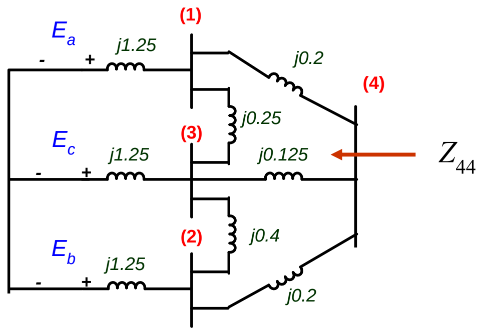
จาก ตัวอย่างที่ 1 ก่อนต่อตัวเก็บประจุที่บัส 4 ที่บัส 4 มีแรงดันเป็นแรงดันเทวินิน เท่ากับ V_4

$$E_{th} = V_4$$

$$= 1.401 - j0.297$$

$$= 1.432\angle -11.97°$$

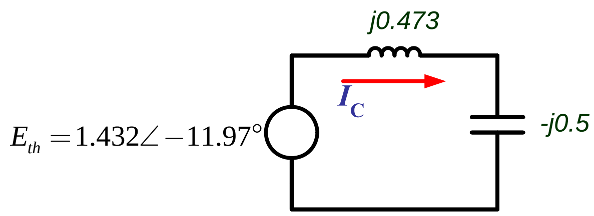
• การหาอิมพีแดนซ์เทวินิน ได้จากการลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดัน หรือ เปิดวงจรแหล่งจ่ายกระแส บัสอื่น ยกเว้นบัส 4



จาก $[V]=[Z][I]$ จะได้ $V_4 = Z_{41}I_1 + Z_{42}I_2 + Z_{43}I_3 + Z_{44}I_4$

$$Z_{th} = Z_{44} = \left.\frac{V_4}{I_4}\right|_{I_1 = I_2 = I_3 = 0} = j0.473$$

เมื่อนำตัวเก็บประจุมาต่อระหว่างบัส 4 กับสายกลางจะได้เป็น

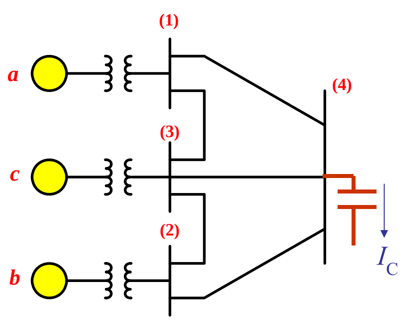


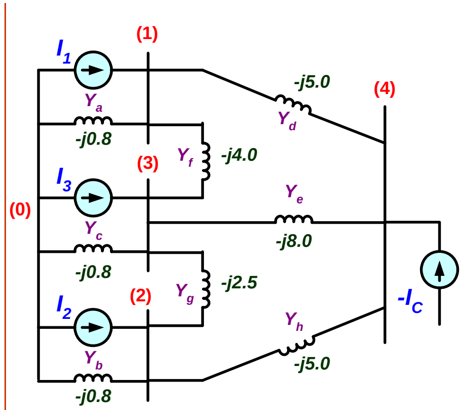
- กระแสที่ไหลเข้าตัวเก็บประจุเท่ากับ

$$I_C = \frac{1.432\angle -11.97°}{(j0.473)-(j5.0)} = 0.316\angle 78.03° \quad \text{p.u.}$$

ตัวอย่างที่ 7

จาก ตัวอย่างที่ 6 ภายหลังจากต่อตัวเก็บประจุ ที่บัส 4 แล้ว ให้คำนวณหาแรงดันที่บัสทั้ง 4





- จาก**ตัวอย่างที่ 1** หาแรงดันที่บัสทั้ง 4 ซึ่งเกิดจากแรงดันของแหล่งจ่ายแรงดันที่บัส 1,2 และ 3

- หาแรงดันที่บัสต่างๆ เฉพาะเมื่อมีกระแสจากตัวเก็บประจุพุ่งเข้าวงจรระบบไฟฟ้ากำลัง

แหล่งจ่ายแรงดันที่บัส 1, 2, 3 ถูกลัดวงจร (แหล่งจ่ายกระแสถูกเปิดวงจร) หมายความว่า $I_1 = I_2 = I_3 = 0$

จาก $[V]=[Z][I]$

$$I_4 = -I_C = -0.316\angle 78.03^\circ$$

จะได้แรงดันแต่ละบัส เป็น

$$V_1 = I_4 Z_{14} \quad = -0.316\angle 78.03^\circ \times 0.414\angle 90^\circ \quad = 0.1308\angle -11.97^\circ$$

$$V_2 = I_4 Z_{24} \quad = -0.316\angle 78.03^\circ \times 0.413\angle 90^\circ \quad = 0.1305\angle -11.97^\circ$$

$$V_3 = I_4 Z_{34} \quad = -0.316\angle 78.03^\circ \times 0.423\angle 90^\circ \quad = 0.1337\angle -11.79^\circ$$

$$V_4 = I_4 Z_{44} \quad = -0.316\angle 78.03^\circ \times 0.473\angle 90^\circ \quad = 0.1495\angle -11.97^\circ$$

- ใช้ทฤษฎีทับซ้อน (Superposition Theorem) คำนวณหาแรงดันที่บัสต่างๆ

- แรงดันบัสต่างๆ = แรงดันบัสก่อนต่อตัวเก็บประจุ + แรงดันบัสหลังจากต่อตัวเก็บประจุแล้วลัดวงจรแหล่งจ่ายแรงดันทุกอัน

$$V_1 = 1.436\angle -10.71^\circ + 0.1308\angle -11.97^\circ \quad = 1.567\angle -10.81^\circ$$

$$V_2 = 1.427\angle -14.24^\circ + 0.1305\angle -11.97^\circ \quad = 1.557\angle -14.04^\circ$$

$$V_3 = 1.434\angle -11.34^\circ + 0.1337\angle -11.97^\circ \quad = 1.568\angle -11.40^\circ$$

$$V_4 = 1.432\angle -11.97^\circ + 0.1495\angle -11.97^\circ \quad = 1.581\angle -11.97^\circ$$

สรุป ผลจากตัวอย่างที่ 7

- เมื่อต่อตัวเก็บประจุเข้ามาในระบบ จะส่งผลให้แรงดันแต่ละบัสเพิ่มขึ้น

- การต่อตัวประจุจึงใช้ช่วยแก้ปัญหาแรงดันตก (Voltage Drop) ในระบบไฟฟ้าได้ (โดยเฉพาะบัสที่อยู่ไกลแหล่งจ่ายมากๆ)

การสร้างบัสอิมพีแดนซ์เมตริกโดยวิธีตรง (Direct Determination of a Bus Impedance Matrix)

- เป็นการสร้างเมตริกอิมพีแดนซ์ $[Z]$ โดยไม่ต้องอินเวิร์สจากเมตริกแอดมิตแตนซ์ $[Y]$

- สามารถใช้หาเมตริกอิมพีแดนซ์ เมื่อมีการเพิ่มอุปกรณ์บางตัวเข้ามาในระบบ (เช่น ตัวเก็บประจุ)

หลักการสร้างบัสอิมพีแดนซ์เมตริกโดยวิธีตรง

- เพิ่มอิมพีแดนซ์ทีละตัว เพื่อประกอบเป็นระบบไฟฟ้ากำลังที่ทำการวิเคราะห์
- เมื่อมีการเพิ่มอิมพีแดนซ์ทีละตัว ก็หาเมตริกอิมพีแดนซ์ที่เกิดขึ้นใหม่ด้วย
- ***ขนาด*** และ ***มุม*** ของ แหล่งจ่ายกระแส และ/หรือ แหล่งจ่ายแรงดัน มีค่าคงที่ตลอด

จากระบบไฟฟ้าเดิม ซึ่งมี n บัส $\rightarrow$ $[Z_{\text{orig}}]$ เป็นเมตริก n x n

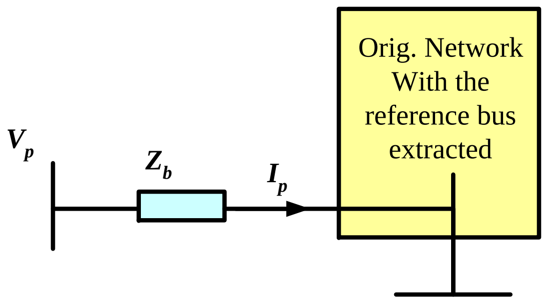
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & \boldsymbol{Z}_{\textbf{orig}} & \\ & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix}$$

กำหนดให้
- บัสใหม่ที่เพิ่มในวงจรใช้อักษร p
- อิมพีแดนซ์ใหม่ที่เพิ่มในวงจร มีค่า Z_b

- เมื่อนำอิมพีแดนซ์ Z_b เข้ามาเพิ่มในระบบ ส่งผลให้ $[Z_{\text{orig}}] \rightarrow [Z_{\text{new}}]$
- Z_b ที่เข้ามาเพิ่ม จะมีได้ **4 กรณี** ดังต่อไปนี้

กรณีที่ 1

- เพิ่ม Z_b จากบัสใหม่ให้ต่อกับบัสอ้างอิง (สายนิวทรัลของระบบ) โดยบัสใหม่ไม่ต่อกับบัสเดิมเลย
- แรงดันบัสเดิมไม่เปลี่ยนแปลง , แรงดันบัส p มีค่า $I_p Z_b$



กรณีที่ 1

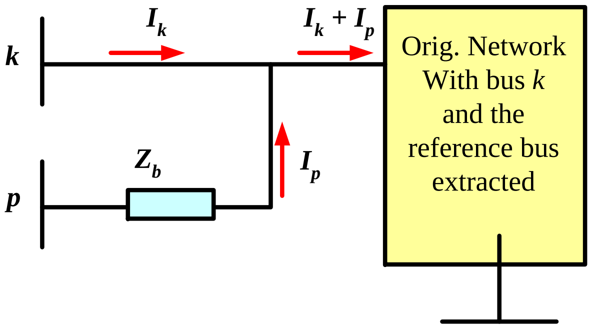
สามารถหา $[Z_{\text{new}}]$ ได้เป็น

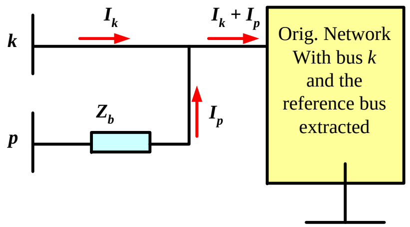
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline V_p \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & 0 \\ & & & & 0 \\ & \boldsymbol{Z}_{\textbf{orig}} & & & \vdots \\ & & & & 0 \\ \hline 0 & 0 & \cdots & 0 & Z_b \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_p \end{bmatrix}$$

$[Z_{new}]$

กรณีที่ 2

• เพิ่ม Z_b จากบัสใหม่ ต่อกับบัสเดิม k (บัสหนึ่งของระบบเดิม)





ระบบเดิม

$$V_{k(orig)} = I_1 Z_{k1} + I_2 Z_{k2} + \ldots + I_k Z_{kk}$$

เมื่อ Z_b มาต่อกับบัส k → แรงดันที่บัส k มีค่าเพิ่มขึ้น เท่ากับ

$$V_{k(new)} = V_{k(orig)} + I_p Z_{kk}$$

• แรงดันที่บัส p มีค่าเท่ากับ

$$V_p = V_{k(new)} + I_p Z_b$$

$$V_p = I_1 Z_{k1} + I_2 Z_{k2} + \ldots + I_n Z_{kn} + I_p (Z_{kk} + Z_b)$$

สามารถหา $[Z_{new}]$ ได้เป็น

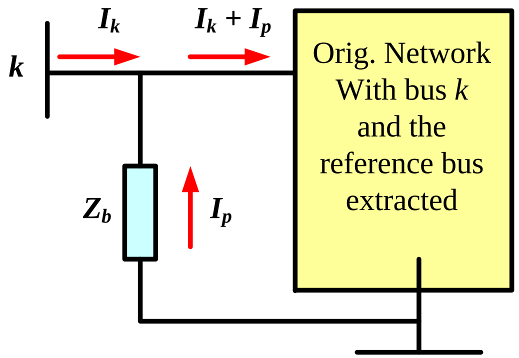
$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hdashline V_p \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc:c} & & & & Z_{1k} \\ & & & & Z_{2k} \\ & \mathbf{Z_{orig}} & & & \vdots \\ & & & & Z_{nk} \\ \hdashline Z_{k1} & Z_{k2} & \cdots & Z_{kn} & Z_{kk} + Z_b \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hdashline I_p \end{bmatrix}$$

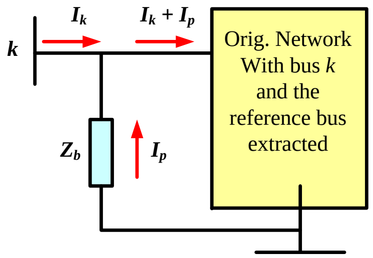
• สมาชิกแถวใหม่ n ตัวแรกย่อมซ้ำกับสมาชิกของแถวที่ k ของ Z_{orig}

• สมาชิกคอลัมน์ใหม่ n ตัวแรกย่อมซ้ำกับสมาชิกของคอลัมน์ที่ k ของ Z_{orig}

กรณีที่ 3

• เพิ่ม Z_b ระหว่างบัส k กับบัสอ้างอิง





- ลักษณะจะเหมือนกับกรณีที่ 2
- V_p คือบัสของนิวทรัล (บัสอ้างอิง)

$$\boxed{V_p = 0}$$

สามารถหา $[Z_{new}]$ ได้เป็น

$$\left[\begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc:c} & & & Z_{1k} \\ & \mathbf{Z_{orig}} & & Z_{2k} \\ & & & \vdots \\ & & & Z_{nk} \\ \hdashline Z_{k1} \quad Z_{k2} & \cdots & Z_{kn} & Z_{kk} + Z_b \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hdashline I_p \end{array}\right]$$

- จากเมตริก $[V] = [Z]\,[I]$ ที่ได้ และ $V_p = 0$ สามารถใช้หลักการตัดบัสทิ้ง (Node Elimination) เพื่อลดขนาดเมตริกจาก $(n+1) \times (n+1)$ ให้เหลือขนาด $n \times n$

จากสูตร

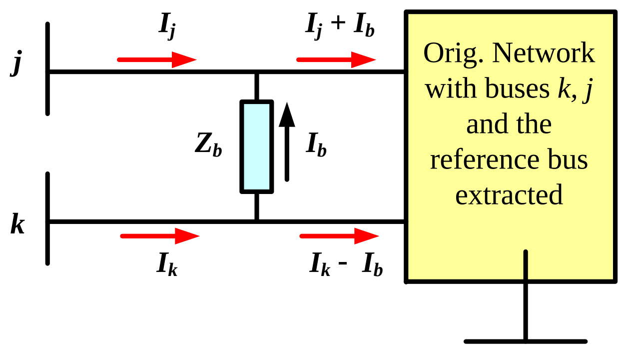
$$Y_{kj(new)} = Y_{kj(original)} - \frac{Y_{kn} Y_{nj}}{Y_{nn}}$$

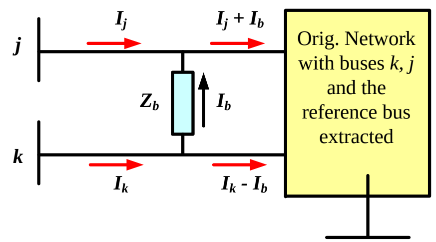
จะได้

$$Z_{hi(new)} = Z_{hi(orig)} - \frac{Z_{h(n+1)} Z_{(n+1)i}}{Z_{kk} + Z_b}$$

กรณีที่ 4

- เพิ่ม Z_b ระหว่างบัสเดิม j กับบัสเดิม k





- I_b ไหลผ่าน Z_b จากบัส k ไปยังบัส j

แรงดันที่บัสต่างๆ เขียนสมการได้เป็น

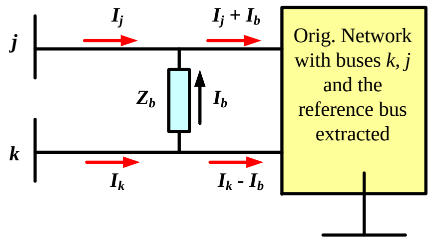
$$V_1 = Z_{11} I_1 + \ldots + Z_{1j}\left(I_j + I_b\right) + Z_{1k}\left(I_k - I_b\right) + \ldots$$

$$= Z_{11} I_1 + \ldots + Z_{1j} I_j + Z_{1k} I_k + \ldots + I_b\left(Z_{1j} - Z_{1k}\right)$$

ทำนองเดียวกัน

$$V_j = Z_{j1} I_1 + \ldots + Z_{jj} I_j + Z_{jk} I_k + \ldots + I_b (Z_{jj} - Z_{jk}) \qquad \textbf{(a)}$$

$$V_k = Z_{k1} I_1 + \ldots + Z_{kj} I_j + Z_{kk} I_k + \ldots + I_b (Z_{kj} - Z_{kk}) \qquad \textbf{(b)}$$



• จากวงจร

$$V_k - V_j = I_b Z_b$$

$$0 = I_b Z_b + V_j - V_k \qquad \textbf{(c)}$$

แทนค่า V_j และ V_k จากสมการ **(a), (b)** ลงใน **(c)** จะได้

$$0 = I_b Z_b + (Z_{j1} - Z_{k1})I_1 + \ldots + (Z_{jj} - Z_{kj})I_j + \ldots$$

$$\ldots + (Z_{jk} - Z_{kk})I_k + \ldots + (Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk})I_b$$

จัดสมการใหม่

$$0 = (Z_{j1} - Z_{k1})I_1 + \ldots + (Z_{jj} - Z_{kj})I_j + \ldots$$

$$\ldots + (Z_{jk} - Z_{kk})I_k + \ldots + (Z_b + Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk})I_b$$

ถ้ากำหนดให้อิมพีแดนซ์ที่คูณกับ I_b มีค่า เท่ากับ Z_{bb}

จะได้ $$Z_{bb} = Z_b + Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk}$$

สามารถเขียน $[V] = [Z]\,[I]$ ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_j \\ V_k \\ \vdots \\ V_n \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccccc|c} & & & & & Z_{1j} - Z_{1k} \\ & & & & & \vdots \\ & & \mathbf{Z_{orig}} & & & Z_{jj} - Z_{jk} \\ & & & & & Z_{kj} - Z_{kk} \\ & & & & & \vdots \\ & & & & & Z_{nj} - Z_{nk} \\ \hline (Z_{j1} - Z_{k1}) & \cdots & (Z_{jk} - Z_{kk}) & \cdots & & Z_{bb} \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_j \\ I_k \\ \vdots \\ I_n \\ I_b \end{bmatrix}$$

• เนื่องจาก $V_b = 0$ สามารถตัดแถวที่ $(n+1)$ และ คอลัมน์ที่ $(n+1)$ ได้

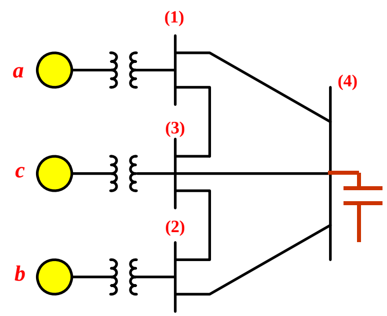
• จะได้สมาชิกในเมตริกอิมพีแดนซ์ $[Z]$ เป็น

$$Z_{hi(new)} = Z_{hi(orig)} - \frac{Z_{h(n+1)} Z_{(n+1)i}}{Z_{bb}}$$

$$= Z_{hi(orig)} - \frac{Z_{h(n+1)} Z_{(n+1)i}}{Z_b + Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk}}$$

ตัวอย่างที่ 8

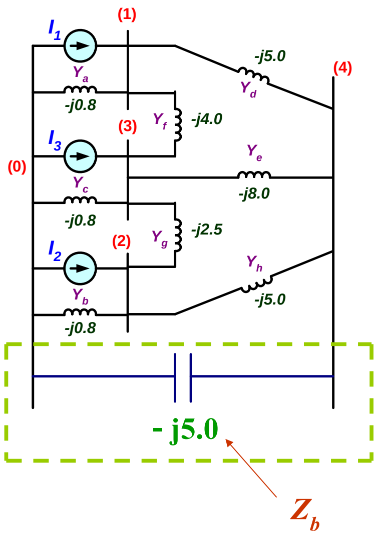
จากตัวอย่างที่ 6 และ 7 จงคำนวณแรงดันที่บัส 4 โดยใช้วิธีเพิ่มตัวเก็บประจุเข้าไประหว่างบัส 4 กับบัสอ้างอิง แล้วหาเมตริกอิมพีแดนซ์โดยวิธีตรง (Direct Method)

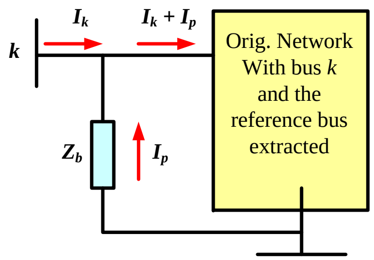


• เพิ่มตัวเก็บประจุเข้ามาที่บัส 4 เป็น ***กรณีที่ 3***

• $k = 4$

• $Z_b = -j5.0$





กรณี 3

กรณีที่ 3 จะได้ สมการ $[V] = [Z]\ [I]$ เป็น

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} & Z_{1k} \\ \boldsymbol{Z}_{\textbf{orig}} & Z_{2k} \\ & \vdots \\ & Z_{nk} \\ \hdashline Z_{k1}\quad Z_{k2}\quad \cdots \quad Z_{kn} & Z_{kk} + Z_b \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_p \end{bmatrix}$$

จาก ตัวอย่างที่ 1 จะได้ $[Z_{orig}]$ ก่อนต่อตัวเก็บประจุเป็น

$$j\begin{bmatrix} 0.4774 & 0.3706 & 0.4020 & 0.4142 \\ 0.3706 & 0.4872 & 0.3922 & 0.4126 \\ 0.4020 & 0.3922 & 0.4558 & 0.4232 \\ 0.4142 & 0.4126 & 0.4232 & 0.4733 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0 - j1.20) \\ (-0.72 - j0.96) \\ (0 - j1.2) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

- ภายหลังต่อตัวเก็บประจุ ได้สมการ $[V] = [Z]\ [I]$ เป็น

$$\left[\begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ \hdashline 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cccc:c} j0.4774 & j0.3706 & j0.4020 & j0.4142 & j0.4124 \\ j0.3706 & j0.4872 & j0.3922 & j0.4126 & j0.4126 \\ j0.4020 & j0.3922 & j0.4558 & j0.4232 & j0.4232 \\ j0.4142 & j0.4126 & j0.4232 & j0.4733 & j0.4733 \\ \hdashline j0.4142 & j0.4126 & j0.4232 & j0.4733 & -j4.5267 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ \hdashline I_b \end{array}\right]$$

โดยที่ Z_{55} หาจาก

$$Z_{55} = Z_{44} + Z_b \qquad = j0.4733 - j5.0$$
$$= -j4.5267$$

สามารถตัดแถวที่ 5 และคอลัมน์ที่ 5 ทิ้ง จะได้ $[Z_{new}]$ ใหม่

จาก

$$Z_{hi(new)} = Z_{hi(orig)} - \frac{Z_{h(n+1)} Z_{(n+1)i}}{Z_{kk} + Z_b}$$

ตัวอย่าง

$$Z_{11(new)} = Z_{11(orig)} - \frac{Z_{15} Z_{51}}{Z_{55}}$$

$$= j0.4774 - \frac{j0.4142 \times j0.4142}{-j4.567} \qquad = j0.5153$$

จะได้ $[Z_{new}]$ ใหม่ หลังการตัดบัส เป็น

$$[Z_{new}] = \begin{bmatrix} j0.5153 & j0.4084 & j0.4407 & j0.4575 \\ j0.4084 & j0.5248 & j0.4308 & j0.4557 \\ j0.4407 & j0.4308 & j0.4954 & j0.4674 \\ j0.4575 & j0.4557 & j0.4674 & j0.5228 \end{bmatrix}$$

จาก$[Z_{new}]$ หาแรงดันที่บัส 4 ได้จาก

$$\begin{bmatrix} j0.5153 & j0.4084 & j0.4407 & j0.4575 \\ j0.4084 & j0.5248 & j0.4308 & j0.4557 \\ j0.4407 & j0.4308 & j0.4954 & j0.4674 \\ j0.4575 & j0.4557 & j0.4674 & j0.5228 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (0 - j1.20) \\ (-0.72 - j0.96) \\ (0 - j1.2) \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

- จะสามารถหาแรงดันที่ บัส 4 ได้เท่ากับ

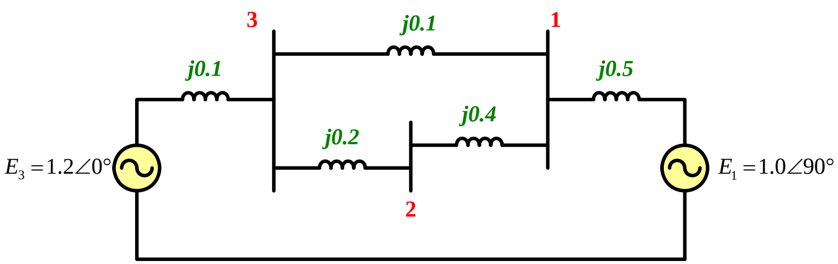
$$V_4 = j0.457(-j1.2) + j0.456(-0.72 - j0.96) + j0.467(-j1.2)$$

$$= 1.58\angle -11.98°$$

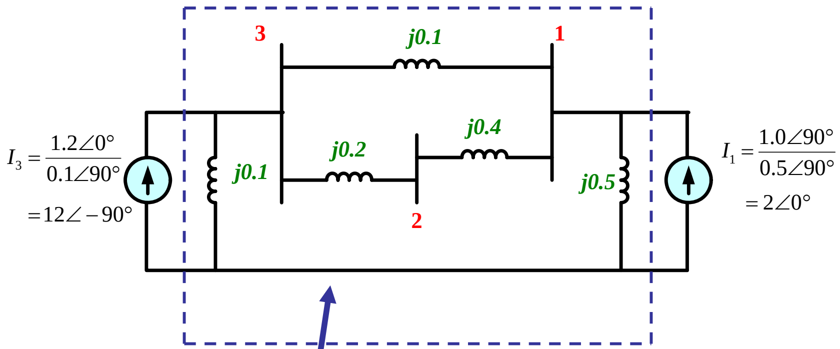
V_4 มีค่าเท่ากับ ค่า V_4 ที่ได้จากตัวอย่างที่ 7

ตัวอย่างที่ 9

ให้คำนวณหาเมตริกอิมพีแดนซ์โดยวิธีตรง **(Direct Determination)** ของระบบไฟฟ้าในรูป

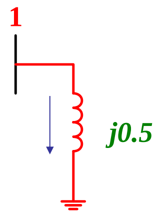


- แปลง *แหล่งจ่ายแรงดัน* → *แหล่งจ่ายกระแส*



ลักษณะการต่อของอิมพีแดนซ์ ที่จะต้องหาโดยใช้วิธีตรง

ขั้นตอน 1 เริ่มจากอิมพีแดนซ์ j0.5 ต่อจากบัสที่ 1 ไปบัสอ้างอิง



$$V_1 = j0.5 I_1$$

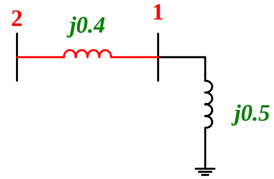
- จาก $[V] = [Z]\,[I]$ จะได้

$$[Z] = [Z_{11}] \qquad = [\,j0.5]$$

ขั้นตอน 2

- ต่อบัสใหม่ (บัส 2) เข้ากับบัสเดิม (บัส 1)
- Z_b = j0.4

เป็น กรณีที่ 2 หา [Z] จาก



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ V_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & Z_{1k} \\ & & \boldsymbol{Z}_{\mathbf{orig}} & & Z_{2k} \\ & & & & \vdots \\ & & & & Z_{nk} \\ Z_{k1} & Z_{k2} & \cdots & Z_{kn} & Z_{kk}+Z_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ I_p \end{bmatrix}$$

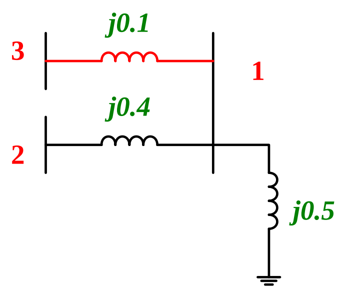
- จาก **ขั้นตอน 1** → $[Z_{orig}]$ = [j0.5]
- ใน **ขั้นตอนที่ 2** จะได้ $[Z]$ เป็น

$$[Z] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{11} \\ Z_{11} & Z_{11}+Z_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.5+j0.4 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.9 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอน 3

- ต่อบัสใหม่ (บัส 3) เข้ากับบัสเดิม (บัส 1)
- Z_b = j0.1



เป็น กรณีที่ 2 หา [Z] จาก

$$[Z] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{Z}_{\mathbf{orig}} & & Z_{1k} \\ & & Z_{2k} \\ Z_{k1} & Z_{k2} & Z_{kk}+Z_b \end{bmatrix} \qquad [k=1]$$

• จาก **ขั้นตอน 2** → $[Z_{orig}] = \begin{bmatrix} j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.9 \end{bmatrix}$

• ใน **ขั้นตอนที่ 3** จะได้ [Z] เป็น

$$[Z] = \left[\begin{array}{cc|c} j0.5 & j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.9 & j0.5 \\ \hline j0.5 & j0.5 & j0.5 + j0.1 \end{array}\right]$$

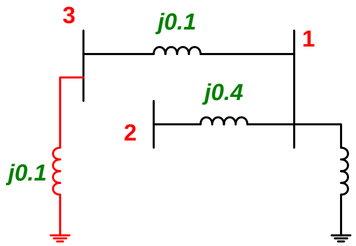
$$= \begin{bmatrix} j0.5 & j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.9 & j0.5 \\ j0.5 & j0.5 & j0.6 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอน 4

• ต่อบัสเดิม (บัส 3) เข้ากับบัสอ้างอิง

• $Z_b = j0.1$

เป็น กรณีที่ 3 หา [Z] จาก



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{cccc|c} & & & & Z_{1k} \\ & & & & Z_{2k} \\ & & \boldsymbol{Z}_{\mathbf{orig}} & & \vdots \\ & & & & Z_{nk} \\ \hline Z_{k1} & Z_{k2} & \cdots & Z_{kn} & Z_{kk} + Z_b \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \\ \hline I_p \end{bmatrix}$$

โดยที่ : [k=3]

• จาก **ขั้นตอน 3** → $[Z_{orig}] = \begin{bmatrix} j0.5 & j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.9 & j0.5 \\ j0.5 & j0.5 & j0.6 \end{bmatrix}$

• ใน **ขั้นตอนที่ 4** จะได้ [Z] เป็น

$$[Z] = \left[\begin{array}{ccc|c} j0.5 & j0.5 & j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.9 & j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.5 & j0.6 & j0.6 \\ \hline j0.5 & j0.5 & j0.6 & j0.6 + j0.1 \end{array}\right]$$

$$= \begin{bmatrix} j0.5 & j0.5 & j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.9 & j0.5 & j0.5 \\ j0.5 & j0.5 & j0.6 & j0.6 \\ j0.5 & j0.5 & j0.6 & j0.7 \end{bmatrix}$$

ทำการตัดแถวที่ 4 และคอลัมน์ที่ 4 โดยใช้สมการ

$$Z_{hi(new)} = Z_{hi(orig)} - \frac{Z_{h(n+1)} Z_{(n+1)i}}{Z_{kk} + Z_b}$$

$$Z_{11} = Z_{11(orig)} - \frac{Z_{14} Z_{41}}{Z_{33} + Z_b}$$

$$= j0.5 - \frac{(j0.5)(j0.5)}{j0.7}$$

$$= j0.143$$

$$Z_{12} = Z_{12(orig)} - \frac{Z_{14} Z_{42}}{Z_{33} + Z_b}$$

$$= j0.5 - \frac{(j0.5)(j0.5)}{j0.7}$$

$$= j0.143$$

$$= Z_{21}$$

$$Z_{13} = Z_{13(orig)} - \frac{Z_{14}Z_{43}}{Z_{33}+Z_b}$$

$$= j0.5 - \frac{(j0.5)(j0.6)}{j0.7}$$

$$= j0.0741 \quad \boxed{= Z_{31}}$$

$$Z_{22} = Z_{22(orig)} - \frac{Z_{24}Z_{42}}{Z_{33}+Z_b}$$

$$= j0.9 - \frac{(j0.5)(j0.5)}{j0.7}$$

$$= j0.543$$

$$Z_{23} = Z_{23(orig)} - \frac{Z_{24}Z_{43}}{Z_{33}+Z_b}$$

$$= j0.5 - \frac{(j0.5)(j0.6)}{j0.7}$$

$$= j0.0741 \quad \boxed{= Z_{32}}$$

$$Z_{33} = Z_{33(orig)} - \frac{Z_{34}Z_{43}}{Z_{33}+Z_b}$$

$$= j0.6 - \frac{(j0.6)(j0.6)}{j0.7}$$

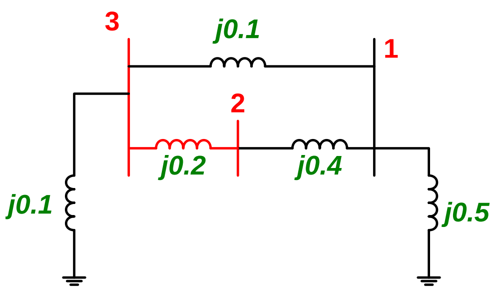
$$= j0.086$$

- ใน**ขั้นตอนที่ 4** จะได้ $[Z]$ ภายหลังมีการตัดบัสทิ้ง เป็น

$$[Z] = \begin{bmatrix} j0.143 & j0.143 & j0.0714 \\ j0.143 & j0.543 & j0.0714 \\ j0.0714 & j0.0714 & j0.086 \end{bmatrix}$$

ขั้นตอน 5

- ต่อบัสเดิม (บัส 2) เข้ากับบัสเดิม (บัส 3)
- $Z_b = j0.2$



เป็น กรณีที่ 4

- กรณีที่ 4 สามารถหา $[Z]$ ได้จาก

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_j \\ V_k \\ \vdots \\ V_n \\ 0 \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|c} & & & Z_{1j}-Z_{1k} \\ & & & \vdots \\ & \mathbf{Z_{orig}} & & Z_{jj}-Z_{jk} \\ & & & Z_{kj}-Z_{kk} \\ & & & \vdots \\ & & & Z_{nj}-Z_{nk} \\ \hline (Z_{j1}-Z_{k1}) & \cdots & (Z_{jk}-Z_{kk}) \quad \cdots & Z_{bb} \end{array}\right] \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_j \\ I_k \\ \vdots \\ I_n \\ I_b \end{bmatrix}$$

โดยที่ $j = 2$ และ $k = 3$

และ

$$Z_{bb} = Z_b + Z_{jj} + Z_{kk} - 2Z_{jk}$$

$$= Z_b + Z_{22} + Z_{33} - 2Z_{23}$$

$$Z_{14} = Z_{1j} - Z_{1k}$$
$$= Z_{12} - Z_{13}$$
$$= j0.143 - j0.0714$$
$$= j0.072 \quad \boxed{= Z_{41}}$$

$$Z_{24} = Z_{2j} - Z_{2k}$$
$$= Z_{22} - Z_{23}$$
$$= j0.543 - j0.0714$$
$$= j0.472 \quad \boxed{= Z_{42}}$$

$$Z_{34} = Z_{3j} - Z_{3k}$$
$$= Z_{32} - Z_{33}$$
$$= j0.0714 - j0.086$$
$$= -j0.0146 \quad \boxed{= Z_{43}}$$

$$Z_{44} = Z_{bb}$$
$$= Z_b + Z_{22} + Z_{33} - 2Z_{23}$$
$$= j0.2 + j0.543 + j0.086 - 2(j0.0714)$$
$$= j0.686$$

- จาก **ขั้นตอน 4** → $[Z_{orig}] = \begin{bmatrix} j0.143 & j0.143 & j0.0714 \\ j0.143 & j0.543 & j0.0714 \\ j0.0714 & j0.0714 & j0.086 \end{bmatrix}$

- ใน **ขั้นตอนที่ 5** จะได้ $[Z]$ เป็น

$$[Z] = \left[\begin{array}{ccc:c} j0.143 & j0.143 & j0.0714 & j0.072 \\ j0.143 & j0.543 & j0.0714 & j0.4716 \\ j0.0714 & j0.0714 & j0.086 & -j0.0146 \\ \hdashline j0.072 & j0.4716 & -j0.0146 & j0.686 \end{array}\right]$$

- ทำการตัดแถวที่ 4 และคอลัมน์ที่ 4 โดยใช้สมการ

$$Z_{hi(new)} = Z_{hi(orig)} - \frac{Z_{h(n+1)} Z_{(n+1)i}}{Z_{bb}}$$

$$Z_{11} = Z_{11(orig)} - \frac{Z_{14} Z_{41}}{Z_{bb}}$$
$$= j0.143 - \frac{(j0.072)(j0.072)}{j0.686}$$
$$= j0.1354$$

$$Z_{12} = Z_{12(orig)} - \frac{Z_{14} Z_{42}}{Z_{bb}}$$
$$= j0.143 - \frac{(j0.072)(j0.4716)}{j0.686}$$
$$= j0.093$$
$$\boxed{= Z_{21}}$$

$$Z_{13} = Z_{13(orig)} - \frac{Z_{14} Z_{43}}{Z_{bb}}$$
$$= j0.0714 - \frac{(j0.072)(-j0.0146)}{j0.686}$$
$$= j0.073 \quad \boxed{= Z_{31}}$$

$$Z_{23} = Z_{23(orig)} - \frac{Z_{24} Z_{43}}{Z_{bb}}$$
$$= j0.0714 - \frac{(j0.4716)(-j0.0146)}{j0.686}$$
$$= j0.080 \quad \boxed{= Z_{32}}$$

$$Z_{22} = Z_{22(orig)} - \frac{Z_{24} Z_{42}}{Z_{bb}}$$
$$= j0.543 - \frac{(j0.4716)(j0.4716)}{j0.686}$$
$$= j0.218$$

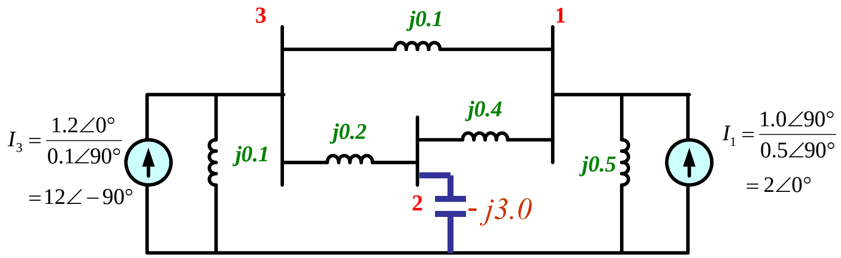
$$Z_{33} = Z_{33(orig)} - \frac{Z_{34} Z_{43}}{Z_{bb}}$$
$$= j0.086 - \frac{(j0.0146)(j0.0146)}{j0.686}$$
$$= j0.0857$$

•ใน **ขั้นตอนที่ 5** จะได้ $[Z]$ ภายหลังมีการตัดบัสทิ้ง เป็น

$$[Z]=\begin{bmatrix} j0.1354 & j0.093 & j0.073 \\ j0.093 & j0.219 & j0.081 \\ j0.073 & j0.081 & j0.086 \end{bmatrix}$$

ตัวอย่างที่ 10

จากตัวอย่างที่ 9 ให้คำนวณหากระแสที่ไหลเข้าตัวเก็บประจุ ซึ่งมีค่ารีแอคแตนซ์ 3.0 p.u. เมื่อตัวเก็บประจุนี้ต่อระหว่างบัส 2 กับสายกลาง



จาก **ตัวอย่างที่ 9** จะได้ $[V] = [Z]\,[I]$ เป็น

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} j0.1354 & j0.093 & j0.073 \\ j0.093 & j0.219 & j0.081 \\ j0.073 & j0.081 & j0.086 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

จากวงจร $I_1 = 2.0\angle 0^\circ$ และ $I_3 = 12.0\angle -90^\circ$ จะได้

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} j0.1354 & j0.093 & j0.073 \\ j0.093 & j0.219 & j0.081 \\ j0.073 & j0.081 & j0.086 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2.0\angle 0^\circ \\ 0 \\ 12.0\angle -90^\circ \end{bmatrix}$$

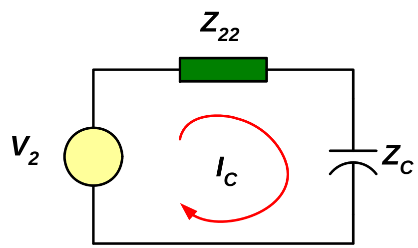
จะได้แรงดันที่บัส 2 เท่ากับ

$$V_2 = (2.0\angle 0^\circ)(j0.093) + (j0.219)(0) + (j0.081)(-j12)$$

$$= 0.972 + j0.186$$

$$= 0.9896\angle 10.83^\circ$$

• หากระแสที่ไหลในตัวเก็บประจุจากวงจรเทวินินของระบบ



$$I_C = \frac{V_2}{Z_{22}+Z_C}$$

$$= \frac{0.9896\angle 10.83^\circ}{(j0.219)-(j3.0)}$$

$$= 0.356\angle 100.83^\circ \quad \text{A.}$$

End of Unit