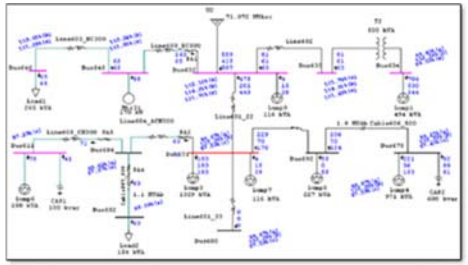
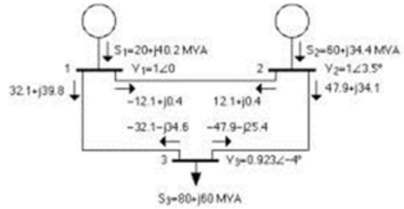
การวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้าในระบบไฟฟ้า

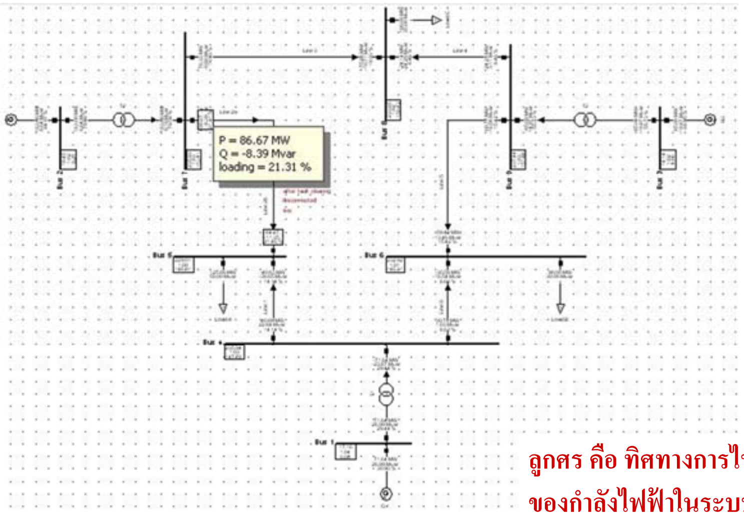
Power Flow Analysis

Power Flow Analysis





9 Bus , 3 Generators Power System

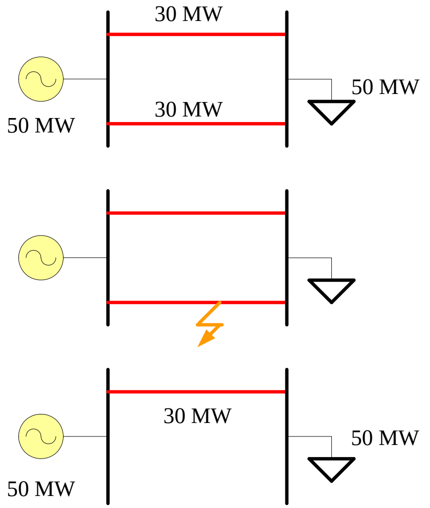


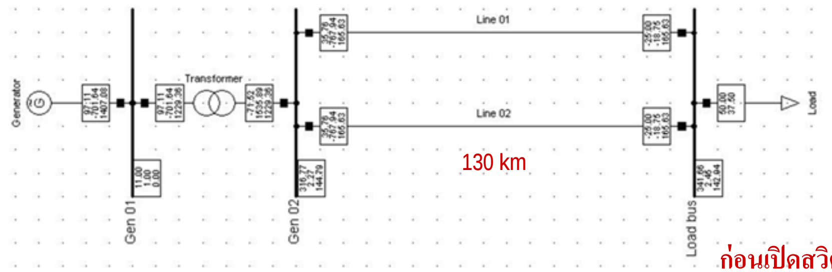
ลูกศร คือ ทิศทางการไหลของกำลังไฟฟ้าในระบบ

การศึกษาการไหลของกำลังไฟฟ้า (Power Flow Studying)

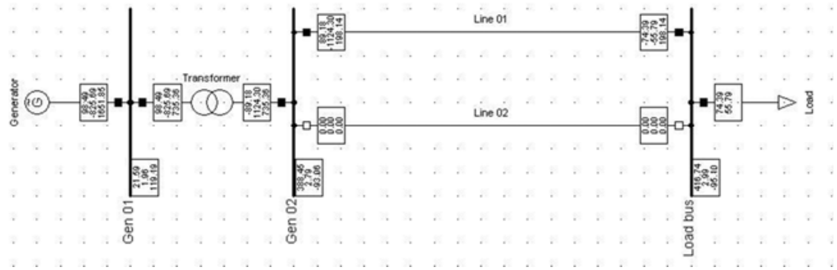
- การศึกษาภาวะการส่งและรับกำลังไฟฟ้าที่บัสต่างๆ ในระบบ
- คำนวณหา ค่าแรงดัน มุมของแรงดัน กำลังไฟฟ้าจริง และ กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ ที่บัสต่างๆ ในระบบ
- สามารถศึกษาได้ทั้งภาวะปกติ (Steady State) และ ในภาวะไม่ปกติ (Fault) เช่น เกิดการลัดวงจรในระบบ
- สามารถนำข้อมูลที่ได้จากการศึกษา ไปช่วยตัดสินใจในเรื่องเสถียรภาพของระบบไฟฟ้า (Power System Stability)

Load Flow Calculation for Power System

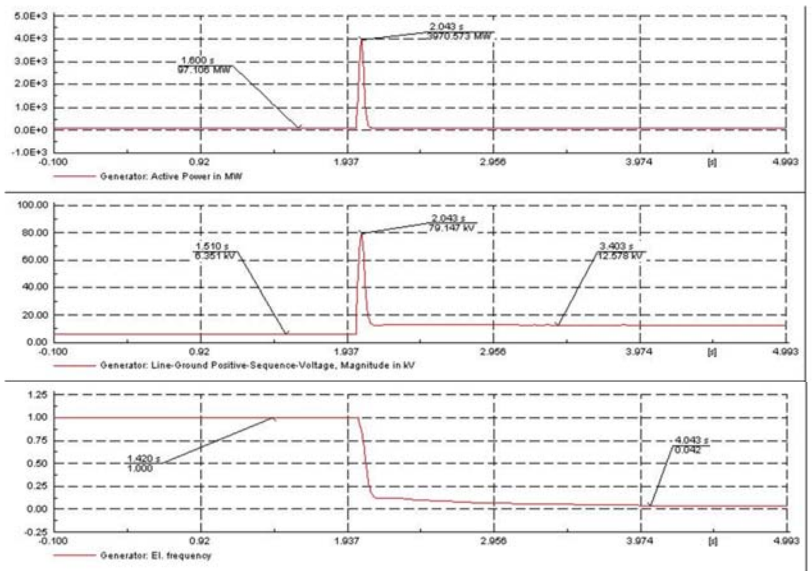




ก่อนเปิดสวิตช์



หลังเปิดสวิตช์



ข้อมูลสำหรับการศึกษาการไหลของกำลังไฟฟ้า (Information for Power Flow Studying)

1. เมตริกแอดมิตแตนซ์ $[Y]$ และเมตริกอิมพีแดนซ์ $[Z]$ ของระบบ

2. บัสแกว่ง, บัสอ้างอิง (Swing Bus, Slack Bus)

คือ บัสอ้างอิงของระบบ (Reference Bus) ที่บัสนี้จะกำหนดค่าแรงดัน และ มุมของแรงดันไว้ (V,δ)

3. บัสภาระไฟฟ้า (Load Bus)

คือ บัสที่มีภาระไฟฟ้าต่ออยู่ ที่บัสนี้จะกำหนดค่ากำลังไฟฟ้าจริง และ กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ (P, Q)

ข้อมูลสำหรับการศึกษาการไหลของกำลังไฟฟ้า (Information for Power Flow Studying)

4. บัสที่มีแรงดันคงที่ (Voltage Magnitude Constant Bus, Generator Bus)

คือ บัสที่มีเครื่องกำเนิดไฟฟ้าต่ออยู่ จะกำหนดค่ากำลังไฟฟ้าจริง และ ขนาดของแรงดัน (P, V)

5. อิมพีแดนซ์อนุกรมและแอดมิตแตนซ์ขนานของสายส่ง เวลาเพิ่มอุปกรณ์เข้ามาในระบบ

6. ข้อมูลอื่นๆ เช่น พิกัดกำลังไฟฟ้าและอิมพีแดนซ์ของหม้อแปลง, พิกัดตัวเก็บประจุขนาน และ การตั้ง tap ของหม้อแปลง

ใช้ควบคุม

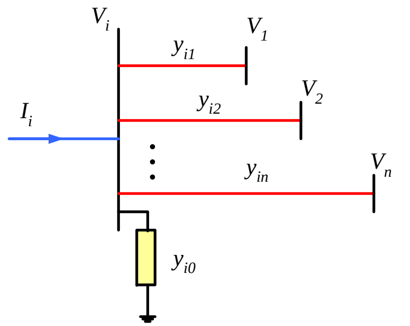
ค่าที่กำหนดให้ และ ค่าที่ต้องคำนวณที่บัสต่างๆ

บัส	ค่าที่กำหนดมาให้		ค่าที่ต้องคำนวณ	
Swing Bus	V	δ	P	Q
Load Bus	P	Q	V	δ
Gen. Bus	P	V	Q	δ

δ คือ มุมเฟสของแรงดันที่บัสนั้นๆ

สมการการไหลของกำลังไฟฟ้า (Power Flow Equation)

- จากระบบไฟฟ้าที่มีระบบสายส่งแบบ π ดังรูป



$$[I]=[Y][V]$$

จะได้

$$I_i = y_{i0}V_i + y_{i1}(V_i - V_1) + y_{i2}(V_i - V_2) + \ldots + y_{in}(V_i - V_n)$$

$$= (y_{i0} + y_{i1} + y_{i2} + \ldots + y_{in})V_i - y_{i1}V_1 - y_{i2}V_2 - \ldots - y_{in}V_n$$

- สามารถเขียนสมการกระแสใหม่ ได้เป็น

$$I_i = V_i \sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j \qquad \text{เมื่อ} \quad j \neq i$$

- กำลังไฟฟ้าจริง (P) และ กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ (Q) ที่บัส i เป็น

$$P_i + jQ_i = V_i I_i^*$$

หรือ

$$I_i = \frac{(P_i + jQ_i)^*}{V_i^*} = \frac{P_i - jQ_i}{V_i^*}$$

❖ เขียนสมการการไหลของกำลังไฟฟ้า ได้เป็น ;

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j \quad \text{——} \quad **$$

❖ จากสมการที่ได้ พบว่า :

- สมการที่ได้เป็นสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non Linear Equation)

- สามารถหาคำตอบของสมการ (P, Q และ V) ได้ด้วยการคำนวณแบบ iterative (การหาค่าคำตอบซ้ำ หลายๆครั้ง)

การคำนวณการไหลของกำลังไฟฟ้า (Power Flow Calculation)

• การคำนวณใช้หลักการหาคำตอบโดยวิธีอิทเทอเรชั่น (Iteration)

1. วิธีเกาส์ — ไซเดล (Gauss — Seidel)
2. วิธีนิวตัน - ราฟสัน (Newton - Raphson)

จะเลือกใช้วิธีไหน ขึ้นกับ :

1. ความเร็วในการคำนวณ
2. ความแม่นยำ หรือ ความถูกต้องในการคำนวณ
3. ความจุของข้อมูลที่ใช้ (ขนาดระบบ)

หลักการหาคำตอบด้วยวิธี Iteration

จากสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น (Non Linear Equation)

$$x = f(x)$$

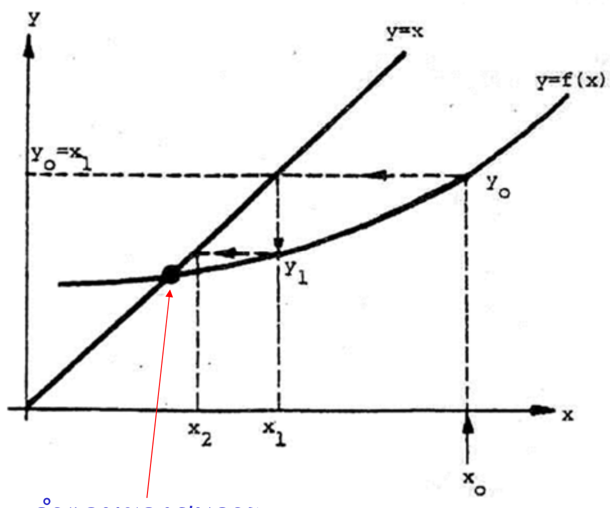
➢สามารถแยกสมการออกเป็น 2 สมการ คือ

$$y = x$$

และ $$y = f(x)$$

** คำตอบของสมการ คือ **"จุดตัดกันของสมการทั้งสอง"**

การ iteration เพื่อหาคำตอบ $x = f(x)$



คำตอบของสมการ

ขั้นตอนการหาคำตอบด้วยวิธี Iteration

1. กำหนดค่า x_0 ขึ้นมา โดยคาดหวังว่า x_0 จะเป็นคำตอบที่ต้องการ
2. หา y_0 ซึ่งได้จากการแทน x_0 ใน $f(x)$ นั่นคือ $y_0 = f(x_0)$
3. เมื่อได้ค่า y_0 ย่อมได้ค่า x ค่าใหม่ เป็น x_1 นั่นคือ $x_1 = y_0$
4. นำค่า x_1 ไปแทนใน $y = f(x)$ จะได้ $y_1 = f(x_1)$

** ทำต่อไป จนกว่าค่า x ที่ได้จะมีค่าใกล้เคียงกัน **

❖ สามารถตรวจสอบค่า x ได้จากอสมการ นี้

$$\left|\frac{x_{(k)} - x_{(k+1)}}{x_{(k)}}\right| < \varepsilon$$

เมื่อ k คือ จำนวนครั้งที่ ของการ iteration

ε คือ ค่าความคลาดเคลื่อนที่ยอมให้ได้ (tolerance)

x_k คือ ค่า x ที่ได้จากการ iteration ครั้งที่ k

** ถ้าอสมการเป็นจริง คำตอบ $x = f(x)$ คือ $x(k+1)$ นั่นเอง

Power Flow Calculation by using Gauss – Seidel Method

Gauss – Seidel Method

- เป็นการคำนวณแบบซ้ำๆ หลายๆ ครั้ง โดยมีขั้นตอนดังนี้

1. สมมติค่าเริ่มต้นของตัวแปรที่ต้องการหา
2. แทนค่าเข้าไปในสมการเพื่อหาค่าตัวแปร
3. เปรียบเทียบระหว่างค่าตัวแปรที่สมมติกับที่คำนวณออกมาได้ ถ้าไม่เท่ากันหรือไม่ใกล้เคียงกัน ให้นำตัวแปรใหม่ที่หาได้แทนเข้าสมการอีก
4. ทำซ้ำๆ หลายๆครั้ง จะค่าตัวแปรที่หาได้จากสมการแต่ละครั้งมีค่าไม่เปลี่ยนแปลง หรือมีค่าเปลี่ยนแปลงน้อยมาก จะได้คำตอบของตัวแปรนั้น

Gauss – Seidel Method

1. จัดสมการที่ไม่เป็นเชิงเส้น ให้อยู่ในรูป

$$f(x) = 0$$

2. จากนั้นเขียนสมการข้างต้นเป็น

$$x = g(x)$$

3. กำหนด $x^{(k)}$ เป็นค่าเริ่มต้น จากนั้นนำเข้ากระบวนการ iteration

$$x^{(k+1)} = g(x^{(k)})$$

Gauss – Seidel Method

4. ตรวจสอบคำตอบที่ได้ ว่าถูกต้องหรือไม่ โดยใช้

$$|x(k+1) - x(k)| \le \varepsilon$$

➢ถ้า ผลต่างที่ได้ **ไม่เกิน** ค่า ε แสดงว่า **คำตอบถูกต้อง**

➢ถ้า ผลต่างที่ได้ **มากกว่า** ค่า ε แสดงว่า **คำตอบยังไม่ถูกต้อง**

ทำซ้ำ 1-4 ต่อไปเรื่อยๆ จนผลต่าง ไม่เกิน ε

ตัวอย่างที่ 1

จงหาคำตอบของสมการที่ให้มา โดยวิธี Gauss-Seidel

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 4$$

วิธีทำ

- เขียนสมการที่ให้มา ให้อยู่ในรูป $f(x) = 0$ จะได้

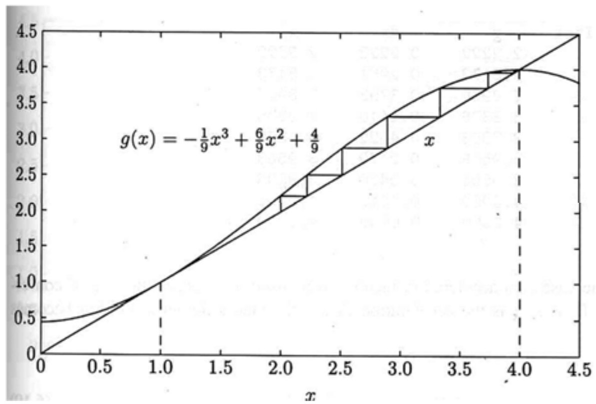
$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4 = 0$$

- เขียนสมการให้อยู่ในรูป $x = g(x)$ จะได้

$$x = -\frac{1}{9}x^3 + \frac{6}{9}x^2 + \frac{4}{9}$$

$$= g(x)$$

พล็อตกราฟ $y = x$ และ $y = g(x)$ จะได้



คำตอบของสมการคือ **1 และ 4**

• หาคำตอบในวิธี Gauss – Seidel โดยใช้ ค่าเริ่มต้น $x^{(0)} = 2$

กำหนดเอง

Iteration # 1 $x^{(1)} = g(x^{(0)})$

$$= g(2)$$

$$= -\frac{1}{9}(2)^3 + \frac{6}{9}(2)^2 + \frac{4}{9}$$

$$= 2.2222$$

Iteration # 2 $x^{(2)} = g(2.2222)$

$$= -\frac{1}{9}(2.2222)^3 + \frac{6}{9}(2.2222)^2 + \frac{4}{9}$$

$$= 2.517$$

• ทำนองเดียวกัน จะได้

Iteration # 3 $x^{(3)} = 2.8966$

Iteration # 4 $x^{(4)} = 3.3376$

Iteration # 5 $x^{(5)} = 3.7398$

Iteration # 6 $x^{(6)} = 3.9568$

Iteration # 7 $x^{(7)} = 3.9988$

Iteration # 8 $x^{(8)} = 4.000$

Iteration # 9 $x^{(9)} = 4.000$

ค่าไม่เปลี่ยนแปลง
เป็นคำตอบของสมการ

การเขียนโปรแกรมเพื่อใช้วิเคราะห์ตัวอย่างที่ 1

```
dx=1;          % Change in variable is set to a high value
x=2;                                 % Initial estimate
iter = 0;                            % Iteration counter
disp('Iter    g         dx          x')%Heading for results
while abs(dx) >= 0.001 & iter < 100 %Test for convergence
iter = iter + 1;                     % No. of iterations
g = -1/9*x^3+6/9*x^2+4/9 ;
dx = g-x;                            % Change in variable
x = x + dx;                    % Successive approximation
fprintf('%g', iter), disp([g, dx, x])
end
```


❖ จาก ตัวอย่างที่ 1 พบว่า วิธี Gauss – Seidel :

- ใช้จำนวนครั้งในการ iteration มาก
- ไม่ยืนยันว่าจะได้คำตอบของสมการทุกครั้ง เพราะจะต้องขึ้นอยู่กับการเลือกใช้ค่าเริ่มต้นด้วย

เช่น เลือก $x^{(0)} = 6$ จะพบว่า การทำ iteration แต่ละครั้ง ค่าคำตอบที่ได้ ไม่ลู่เข้าหาค่าคำตอบของสมการ

- คำตอบลู่เข้า → **Convergence**
- คำตอบลู่ออก → **Divergence**

Acceleration Factor

ในวิธี **Gauss – Seidel** จะมีการใช้ "ตัวเร่ง (acceleration factor)" เพื่อช่วยให้การ iteration ลู่เข้าหาคำตอบของสมการได้ไวขึ้น

จะได้

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \alpha\left[g\left(x^{(k)}\right) - x^{(k)}\right]$$

โดยที่ $\alpha > 1$

ตัวอย่างที่ 2

จาก ตัวอย่างที่ 1 จงใช้วิธี Gauss – Seidel หาคำตอบของสมการ โดยใช้ตัวเร่ง $\alpha = 1.25$ (กำหนดค่าเริ่มต้น $x = 2$ และ $\varepsilon = 0.005$)

Iteration # 1

$$g(2) = -\frac{1}{9}(2)^3 + \frac{6}{9}(2)^2 + \frac{4}{9}$$

$$= 2.2222$$

จะได้

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \alpha\left[g\left(x^{(0)}\right) - x^{(0)}\right]$$

$$= 2 + 1.25 \times [2.2222 - 2]$$

$$= 2.2778$$

Iteration # 2

$$g(2.2778) = -\frac{1}{9}(2.2778)^3 + \frac{6}{9}(2.2778)^2 + \frac{4}{9}$$

$$= 2.5902$$

จะได้

$$x^{(2)} = x^{(1)} + \alpha\left[g\left(x^{(1)}\right) - x^{(1)}\right]$$

$$= 2.2778 + 1.25 \times [2.5902 - 2.2778]$$

$$= 2.6683$$

- **ทำนองเดียวกัน จะได้ :**

Iteration # 3 $x^{(3)} = 3.0801$

Iteration # 4 $x^{(4)} = 3.1831$

Iteration # 5 $x^{(5)} = 3.7238$

Iteration # 6 $x^{(6)} = 4.0084$

Iteration # 7 $x^{(7)} = 3.9978$

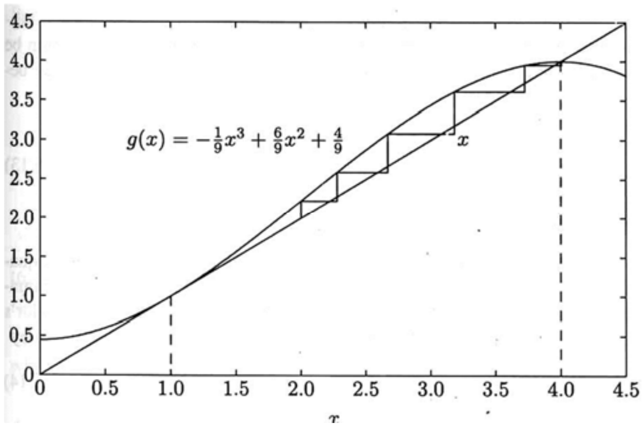
Iteration # 8 $x^{(8)} = 4.0005$

$\left|x^{(8)} - x^{(7)}\right| = 0.0027$

$\left|x^{(8)} - x^{(7)}\right| \le 0.005\ (\varepsilon)$

** ลดลำดับการ Iteration ไปได้ 1 ครั้ง !!!!!!!

• การลู่เข้า (Converge) ของคำตอบ เมื่อมีการใช้ตัวเร่ง



❖ ในกรณีที่ระบบมีสมการ n สมการ และตัวแปร n ตัว

จะได้

$$
\begin{aligned}
f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= c_1 \\
f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= c_2 \\
&\cdots\cdots\cdots \\
f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= c_n
\end{aligned}
$$

n สมการ

• หาค่าตัวแปรแต่ละตัวในแต่ละสมการจะได้

$$
\begin{aligned}
x_1 &= c_1 + g_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\
x_2 &= c_2 + g_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\
&\cdots\cdots\cdots \\
x_n &= c_n + g_n(x_1, x_2, \cdots, x_n)
\end{aligned}
$$

n ตัวแปร

การ Iteration, n สมการ โดยวิธี Gauss – Seidel สามารถทำได้โดย :

1. กำหนดค่าเริ่มต้นของตัวแปรแต่ละตัว คือ

$$initial \rightarrow \left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}\right)$$

2. หาค่าคำตอบของตัวแปรแต่ละตัว ในแต่ละการ iteration

$$\text{interation \#1} \rightarrow \left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \cdots, x_n^{(1)}\right)$$

** ในแต่ละครั้งที่ทำการ interation จะมีการใช้ตัวแปรที่ได้ก่อนหน้ามาแทนในสมการที่กำลังคำนวณด้วย

จาก

$$
\begin{aligned}
x_1 &= c_1 + g_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\
x_2 &= c_2 + g_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) \\
&\cdots\cdots\cdots \\
x_n &= c_n + g_n(x_1, x_2, \cdots, x_n)
\end{aligned}
$$

Iteration #1

$$
\begin{aligned}
x_1^{(1)} &= c_1 + g_1\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}\right) \\
x_2^{(1)} &= c_2 + g_2\left(x_1^{(1)}, x_2^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}\right) \\
&\cdots\cdots\cdots \\
x_n^{(1)} &= c_n + g_n\left(x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \cdots, x_n^{(0)}\right)
\end{aligned}
$$

3. เปรียบเทียบค่าตัวแปรทั้งหมดที่ได้จากการ iteration แต่ละครั้ง (k+1) กับค่าตัวแปรที่ได้จากการ iteration ก่อนหน้า (k)

↓

จบการคำนวณ >> ผลต่างของค่าตัวแปร**ทุกตัว** ต้องไม่เกิน $(\leq \varepsilon)$

4. เพื่อให้การหาคำตอบลู่เข้าไวขึ้น สามารถใช้ตัวเร่งช่วยในการคำนวณแต่ละครั้งได้

$$x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + \alpha\left(x_{i,cal}^{(k)} - x_i^{(k)}\right)$$

การวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยวิธี Gauss - Seidel

- สมการการไหลของกำลังไฟฟ้า

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j$$

และแต่ละบัส ไม่รู้ค่าตัวแปร 2 ตัว ดังตาราง

บัส	ค่าที่กำหนดมาให้		ค่าที่ต้องคำนวณ	
Swing Bus	V	δ	P	Q
Load Bus	P	Q	V	δ
Gen. Bus	P	V	Q	δ

•หาแรงดันที่บัส i ด้วยวิธี Gauss – Seidel จาก

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum y_{ij} V_j^{(k)}}{\sum y_{ij}} \qquad \text{เมื่อ} \quad j \neq i$$

เมื่อ

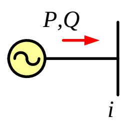
y_{ij} คือ ค่าแอดมิตแตนซ์ระหว่างบัส i กับ j (p.u.)

P_i^{sch} คือ กำลังไฟฟ้าจริงสุทธิที่บัส i (p.u.)

Q_i^{sch} คือ กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟสุทธิที่บัส i (p.u.)

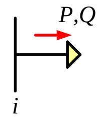
ถ้ากำหนดทิศกระแสที่ไหลเข้าบัส i ให้มีค่าเป็น **"ค่าบวก (positive)"**

กรณี Generator Bus



- กำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟไหลเข้าบัส i
- ค่า P_i^{sch} และ Q_i^{sch} เป็น **ค่าบวก (+)**

กรณี Load Bus



- กำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟไหลออกจากบัส i
- ค่า P_i^{sch} และ Q_i^{sch} เป็น **ค่าลบ (-)**

❖ ค่ากำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟที่บัส *i* หาได้จาก

จาก

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i\sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij}V_j$$

จะได้

$$P_i - jQ_i = V_i^*\left[V_i\sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij}V_j\right]$$

• เมื่อใช้วิธี Gauss – Seidel จะได้

$$P_i^{(k+1)} = \mathrm{Re}\left\{V_i^{*(k)}[V_i^{(k)}\sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij}V_j^{(k)}]\right\} \qquad j \neq i$$

$$Q_i^{(k+1)} = -\,\mathrm{Im}\left\{V_i^{*(k)}[V_i^{(k)}\sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij}V_j^{(k)}]\right\} \qquad j \neq i$$

• จากเมตริกแอดมิตแตนซ์ [*Y*] ของระบบไฟฟ้ากำลัง พบว่า :

- สมาชิกส่วน *Off - Diagonal* → $Y_{ij} = -y_{ij}$
- สมาชิกส่วน *Diagonal* → $Y_{ii} = \sum y_{ij}$

➢ จากสมการแรงดันบัส *i*

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum y_{ij}V_j^{(k)}}{\sum y_{ij}}$$

➢ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j\neq i} Y_{ij}V_j^{(k)}}{Y_{ii}}$$

เขียนสมการกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ ได้ใหม่ เป็น :

เดิม

$$P_i^{(k+1)} = \mathrm{Re}\left\{V_i^{*(k)}[V_i^{(k)}\sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij}V_j^{(k)}]\right\} \qquad j \neq i$$

ใหม่

$$P_i^{(k+1)} = \mathrm{Re}\left\{V_i^{*(k)}[V_i^{(k)}Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} Y_{ij}V_j^{(k)}]\right\} \qquad j \neq i$$

เขียนสมการกำลังไฟฟ้าจริงและกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ ได้ใหม่ เป็น :

เดิม

$$Q_i^{(k+1)} = -\,\mathrm{Im}\left\{V_i^{*(k)}[V_i^{(k)}\sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij}V_j^{(k)}]\right\} \qquad j \neq i$$

ใหม่

$$Q_i^{(k+1)} = -\,\mathrm{Im}\left\{V_i^{*(k)}[V_i^{(k)}Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n} Y_{ij}V_j^{(k)}]\right\} \qquad j \neq i$$

การกำหนดค่าเริ่มต้น (Initial Condition) เพื่อการหาคำตอบด้วยวิธี Gauss-Seidel

❖ **ค่าแรงดัน (Voltage)**

- Swing Bus และ Gen Bus จะรู้ค่าแรงดัน (กำหนดมา)

- โดยปกติที่ Load Bus แรงดันมักจะมีค่าน้อยกว่า Swing Bus และ Gen Bus โดยทั่วไปมักกำหนดค่าเริ่มต้นเป็น $\boxed{1.0 + j0.0}$

บัส	ค่าที่กำหนดมาให้		ค่าที่ต้องคำนวณ	
Swing Bus	V	δ	P	Q
Load Bus	P	Q	V	δ
Gen. Bus	P	V	Q	δ

P-Q Bus (Load Bus)

- ทราบค่า P_i^{sch} และ Q_i^{sch}

- หาค่าแรงดัน $V_i^{(k+1)}$ จาก P_i^{sch} และ Q_i^{sch} ที่ทราบค่า

P-V Bus (Gen Bus)

เฉพาะขนาด $V_i = (e_i) + j(\cancel{f_i})$

- ทราบค่า P_i^{sch} และ $|V_i|$

1. หาค่า $Q_i^{(k+1)}$ โดยใช้ P_i^{sch} และ $|V_i|$ ที่ทราบ
2. ใช้ค่า $Q_i^{(k+1)}$ ที่ได้ มาหาค่า $V_i^{(k+1)}$ ต่อ
3. แต่ $|V_i|$ คงที่ และค่า $V_i^{(k+1)}$ เปลี่ยนเฉพาะ *“ส่วนจินตภาพ”*

$$\left(e_i^{(k+1)}\right)^2 + \left(f_i^{(k+1)}\right)^2 = |V_i|^2$$

ค่าแรงดันส่วนจริง $\longrightarrow$ $$\left(e_i^{(k+1)}\right)^2 = \sqrt{|V_i|^2 - \left(f_i^{(k+1)}\right)^2}$$

สามารถใช้ตัวเร่ง เพื่อให้การ iteration ลู่เข้าหาคำตอบได้ไวขึ้น

$$\boxed{V_i^{(k+1)} = V_i^{(k)} + \alpha\left(V_{i,cal}^{(k)} - V_i^{(k)}\right)}$$

- โดยทั่วไปจะกำหนดค่า α ระหว่าง 1.3 ถึง 1.7 — * * *

คำตอบจะถูกต้อง และ ยอมรับได้ เมื่อ

❑ ***กรณี*** **แรงดันไฟฟ้าแต่ละบัส (*V*)**

$\left|e_i^{(k+1)} - e_i^{(k)}\right| \le \varepsilon$ และ $\left|f_i^{(k+1)} - f_i^{(k)}\right| \le \varepsilon$

เมื่อ $V_i^{(k+1)} = e_i^{(k+1)} + j\left(f_i^{(k+1)}\right)$

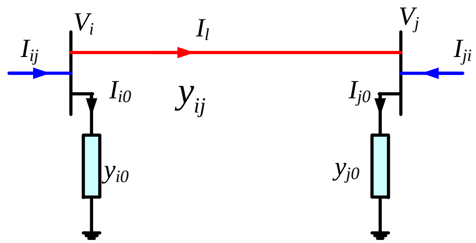
ค่า ε มีค่าระหว่าง 0.00001 ถึง 0.00005 p.u.

❑ ***กรณี*** **กำลังไฟฟ้าจริง (*P*) และ กำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ (*Q*)**

ค่า ε ของ ΔP และ ΔQ เท่ากับ 0.001 p.u.

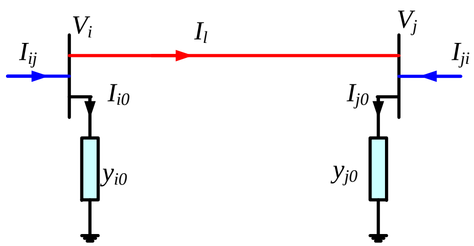
Line Flow and Line Loss

จากวงจรระบบไฟฟ้ากำลัง มีทิศทางต่างๆ ดังรูป



จาก บัส i ไป บัส j พบว่า $I_{ij} = I_l + I_{i0}$ $= y_{ij}(V_i - V_j) + y_{i0}V_i$

และ $S_{ij} = V_i I_{ij}^*$



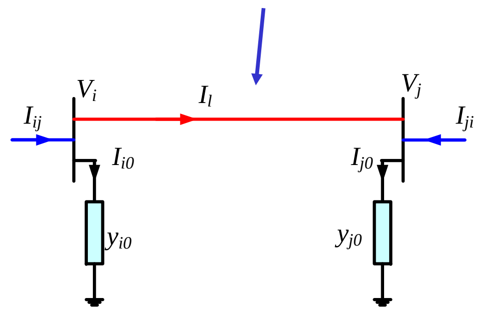
จาก บัส j ไป บัส i พบว่า $I_{ji} = -I_l + I_{j0}$ $= y_{ij}(V_j - V_i) + y_{i0}V_j$

และ $S_{ji} = V_j I_{ji}^*$

Line Loss

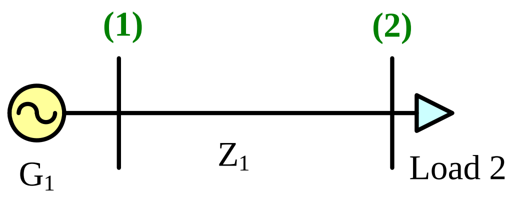
• กำลังไฟฟ้าสูญเสียในสายส่ง ระหว่าง บัส i กับ บัส j มีค่าเท่ากับ

$$\boxed{S_{L,ij} = S_{ij} + S_{ji}}$$



ตัวอย่างที่ 3

ระบบไฟฟ้าในรูป ต่อเครื่องกำเนิดไฟฟ้าที่บัส 1 เข้ากับโหลดที่บัส 2 ผ่านสายส่งซึ่งมีค่าอิมพีแดนซ์ 0.1+*j*0.5 p.u. โดยไม่มีแอดมิตแตนซ์ขนานในระบบ **สมมติ**ให้บัส 1 เป็นบัสอ้างอิง (Swing Bus) โดยมีแรงดันคงที่ $1.0\angle 0^{\circ}$ โดยที่บัส 2 ระบบไฟฟ้าจ่ายค่ากำลังไฟฟ้าจริง (P) 0.3 p.u. และจ่ายค่ากำลังไฟฟ้ารีแอคแตนซ์ (Q) 0.2 p.u. จงหาแรงดันที่บัสต่างๆ เมื่อมีการจ่ายโหลด



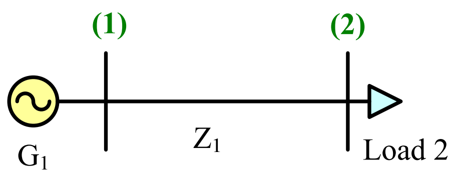
วิเคราะห์ โดยวิธี Gauss – Seidel

จาก

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j\neq i} Y_{ij}V_j^{(k)}}{Y_{ii}}$$

สิ่งที่ต้องรู้

- เมตริกซ์แอดมิตแตนซ์ [Y] ของระบบ
- ค่า P, Q และ V ของบัสที่ทำการวิเคราะห์



❖ **หาแอดมิตแตนซ์ระหว่างบัส**

$$y_{line} = y_{12} = y_{21} = \frac{1}{Z_{line}}$$

$$= \frac{1}{0.1 + j0.5}$$

$$= 0.3846 - j1.9231$$

- กรณีมีบัสเชื่อมกัน 2 บัส หาเมตริกแอดมิตแตนซ์ [Y] ได้จาก

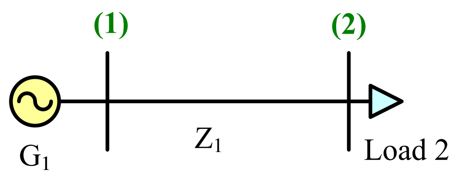
$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{10} + y_{12} & -(y_{12}) \\ -(y_{21}) & y_{20} + y_{21} \end{bmatrix}$$

- จากโจทย์ ไม่มีแอดมิตแตนซ์ขนานอยู่ → $y_{10} = y_{20} = 0$

จะได้

$$[Y] = \begin{bmatrix} 0 + y_{12} & -(y_{12}) \\ -(y_{21}) & 0 + y_{21} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.3846 - j1.9231 & -0.3846 + j1.9231 \\ -0.3846 + j1.9231 & 0.3846 - j1.9231 \end{bmatrix}$$



บัส 1 → ***Swing Bus*** – รู้ V กับ δ $\quad V = 1.0\angle 0^\circ$

บัส 2 → ***Load Bus*** – รู้ P กับ Q

$P_2 \;=\; \text{- 0.3 p.u.}$

$Q_2 \;=\; \text{- 0.2 p.u.}$

• หาแรงดันที่บัส 2 (V_2) โดยวิธี **Gauss – Seidel** (แทน $i = 2$)

จาก

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(k)}}{Y_{ii}}$$

จะได้ :

$$V_2^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_2 - jQ_2}{V_2^{*(k)}} - Y_{21} V_1}{Y_{22}}$$

แทนค่าต่างๆ ไปใน

$$V_2^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_2 - jQ_2}{V_2^{*(k)}} - Y_{21} V_1}{Y_{22}}$$

โดยที่ :

$P_2 = -0.3$ p.u. $\qquad Q_2 = 0.2$ p.u.

$Y_{21} = -0.3846 + j1.9231 \qquad Y_{22} = 0.3846 - j1.9231$

$V_1 = 1.0\angle 0^\circ$

$$V_2^{(k+1)} = \frac{1}{0.3846 - j1.9231}\left(\frac{-0.3 + j(0.2)}{V_2^{*(k)}} - \left[(-0.3846 + j1.9231)(1.0\angle 0^\circ)\right]\right)$$

$$V_2^{(k+1)} = \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{V_2^{*(k)}} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$

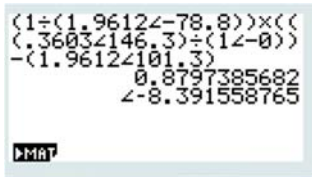
กำหนด : ค่าแรงดันบัส 2 เริ่มต้น เท่ากับ $1.0\angle 0^\circ$

ค่า $\varepsilon = 0.0005$

Iteration #1 :

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{V_2^{*(0)}} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$

$$= \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{1.0\angle -0^\circ} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$



$= 0.8797\angle -8.499^\circ$

Iteration #2 :

$$V_2^{(2)} = \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{V_2^{*(1)}} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$

$$= \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{(0.8797\angle -8.499^\circ)^*} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$

$$= \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{0.8797\angle +8.499^\circ} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$

$$= 0.8412\angle -8.499^\circ$$

Iteration #3 :

$$V_2^{(3)} = \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{(0.8412\angle -8.499)^*} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$

$$= 0.8345\angle -8.962^\circ$$

Iteration #4 :

$$V_2^{(4)} = \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{(0.8345\angle -8.962^\circ)^*} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$

$$= 0.8320\angle -8.962^\circ$$

Iteration #5 :

$$V_2^{(5)} = \frac{1}{1.9612\angle -78.8^\circ}\left(\frac{0.3603\angle 146.3^\circ}{(0.8320\angle -8.962^\circ)^*} - (1.9612\angle 101.3^\circ)\right)$$

$$= 0.8315\angle -8.962^\circ$$

$$\left|V_2^{(4)} - V_2^{(5)}\right| = |0.8320 - 0.8315| = 0.005 \qquad < 0.005$$

$$\left|\delta_2^{(4)} - \delta_2^{(5)}\right| = |-8.962 - (-8.962)| = 0 \qquad < 0.005$$

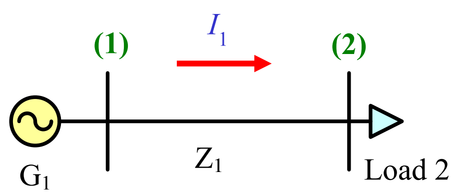
** ความแตกต่างน้อยกว่า 0.005 → ยอมรับได้ !!!!

• แรงดันแต่ละบัสในระบบเป็น :

$$V_1 = 1.0\angle 0^\circ$$

$$V_2 = 0.8315\angle -8.994^\circ$$

สามารถตรวจสอบคำตอบ (V_2) โดยหาจากกำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนที่บัส 2



$$I_1 = \frac{(V_1 - V_2)}{Z_1}$$

$$= \frac{1\angle 0^\circ - 0.8315\angle -8.994^\circ}{0.1 + j0.5}$$

$$= 0.4333\angle -42.65^\circ$$

• กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน (S), ที่ระบบจ่ายเข้าไปที่บัส 2

$$S = VI^*$$

$$= (0.8315\angle -8.994°)(0.4333\angle -42.65°)^*$$

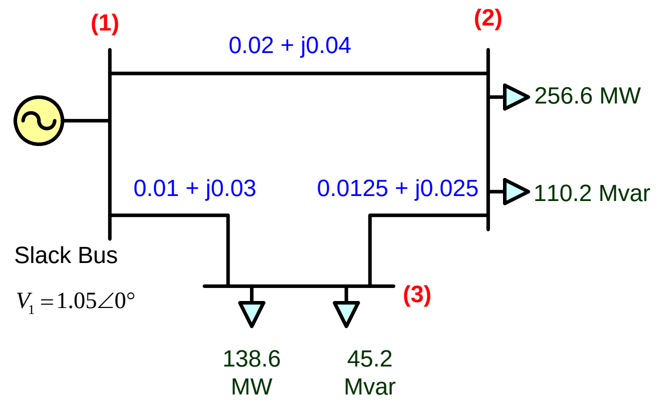
$$= (0.8315\angle -8.994°)(0.4333\angle +42.65°)$$

$$= 0.2999 + j0.1997$$

ใกล้เคียงกับ $0.3 + j0.2$

ตัวอย่างที่ 4

จากระบบดังรูป ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์ p.u. คิดจาก ค่าฐาน 100 MVA โดยที่ระบบไม่คิดแอดมิตแตนซ์ขนาน



จงหา :

1. แรงดัน (V) และ มุมเฟสแรงดัน (δ) ที่บัส 2 และ 3 (P-Q bus) โดยใช้วิธี Gauss – Seidel (คิดทศนิยม 4 ตำแหน่ง)

2. ค่ากำลังไฟฟ้าจริง (P) และกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ (Q) ที่ Slack Bus

3. ทิศทางและขนาดกำลังไฟฟ้าที่ไหลในระบบ และค่ากำลังสูญเสียในสายส่ง (Line Loss)

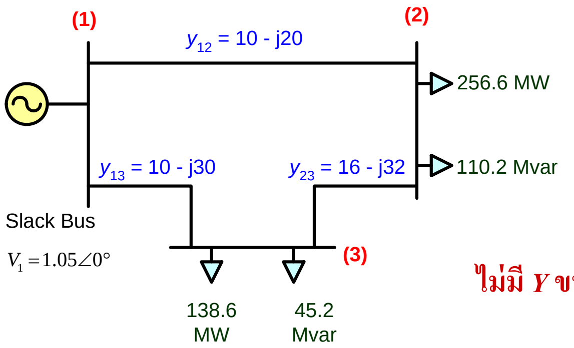
• เมตริกซ์แอดมิตแตนซ์ [Y]

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_{10}+y_{12}+y_{13} & -y_{12} & -y_{13} \\ -y_{21} & y_{20}+y_{21}+y_{23} & -y_{23} \\ -y_{31} & -y_{32} & y_{30}+y_{31}+y_{32} \end{bmatrix}$$

$$y_{12} = y_{21} = \frac{1}{0.02 + j0.04} = 10 - j20$$

$$y_{13} = y_{31} = \frac{1}{0.01 + j0.03} = 10 - j30$$

$$y_{23} = y_{32} = \frac{1}{0.0125 + j0.025} = 16 - j32$$



ไม่มี *Y* ขนาน

$$[Y]=\begin{bmatrix} 20-j50 & -10+j20 & -10+j30 \\ -10+j20 & 26-j52 & -16+j32 \\ -10+j30 & -16+j32 & 26-j62 \end{bmatrix}$$

Load Bus (*P-Q Bus*) หาค่า *P*, *Q* ในรูป p.u.

บัส 2

$$S_2^{sch} = -\frac{(256.6+j110.2)}{100}$$

$$= -2.566 - j1.102 \quad \text{p.u.}$$

บัส 3

$$S_3^{sch} = -\frac{(138.6+j45.2)}{100}$$

$$= -1.386 - j0.452 \quad \text{p.u.}$$

สามารถหาแรงดันที่ Load Bus ได้จาก

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j\neq i} Y_{ij}V_j^{(k)}}{Y_{ii}}$$

หรือ

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} + \sum_{i\neq j} y_{ij}V_j^{(k)}}{\sum y_{ij}}$$

❖ **กำหนดค่าเริ่มต้น :** $V_2^{(0)} = V_3^{(0)} = 1.0 + j0.0$

Iteration #1 จาก

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j\neq i} Y_{ij}V_j^{(k)}}{Y_{ii}}$$

บัส 2

$$V_2^{(1)} = \frac{\dfrac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^{*(0)}} - Y_{21}V_1 - Y_{23}V_3^{(0)}}{Y_{22}}$$

$$= \frac{\dfrac{-2.566+j1.102}{1.0-j0} - (-10+j20)(1.05+j0) - (-16+j32)(1.0+j0)}{(26-j52)}$$

$$= 0.9825 - j0.0310$$

Iteration #1 จาก

$$V_i^{(k+1)} = \frac{\dfrac{P_i^{sch} - jQ_i^{sch}}{V_i^{*(k)}} - \sum_{j \neq i} Y_{ij} V_j^{(k)}}{Y_{ii}}$$

บัส 3

$$V_3^{(1)} = \frac{\dfrac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^{*(0)}} - Y_{31}V_1 - Y_{32}V_2^{(1)}}{Y_{33}}$$

$$= \frac{\dfrac{-1.386 + j0.452}{1.0 - j0} - (-10 + j30)(1.05 + j0) - (-16 + j32)(0.9825 - j0.0310)}{(26 - j62)}$$

$$= 1.0011 - j0.0353$$

Iteration #2

$$V_2^{(2)} = \frac{\dfrac{-2.566 + j1.102}{V_2^{*(1)}} - (-10 + j20)(1.05 + j0) - (-16 + j32)V_3^{(1)}}{(26 - j52)}$$

$$= \frac{\dfrac{-2.566 + j1.102}{0.9826 + j0.0310} - (-10 + j20)(1.05 + j0) - (-16 + j32)(1.0011 - j0.0353)}{(26 - j52)}$$

$$= 0.9816 + j0.0520$$

Iteration #2

$$V_3^{(2)} = \frac{\dfrac{-1.386 + j0.452}{V_3^{*(1)}} - (-10 + j30)(1.05 + j0) - (-16 + j32)V_2^{(2)}}{(26 - j62)}$$

$$= \frac{\dfrac{-1.386 + j0.452}{1.0011 + j0.0353} - (-10 + j30)(1.05 + j0) - (-16 + j32)(0.9816 - j0.0520)}{(26 - j62)}$$

$$= 1.0008 - j0.0459$$

คำนวณไปทีละ iteration จนคำตอบลู่เข้า (converged) โดยที่ $\varepsilon \leq 5 \times 10^{-5}$

$V_2^{(3)} = 0.9808 - j0.0578$	$V_3^{(3)} = 1.0004 - j0.0488$
$V_2^{(4)} = 0.9803 - j0.0594$	$V_3^{(4)} = 1.0002 - j0.0497$
$V_2^{(5)} = 0.9801 - j0.0598$	$V_3^{(5)} = 1.0001 - j0.0499$
$V_2^{(6)} = 0.9801 - j0.0599$	$V_3^{(6)} = 1.0000 - j0.0500$
$V_2^{(7)} = 0.9800 - j0.0600$	$V_2^{(7)} = 1.0000 - j0.0500$

คำตอบสุดท้าย คือ

$$V_2 = 0.9800 - j0.0600 \quad = 0.98183\angle -3.5035^\circ$$

$$V_3 = 1.0000 - j0.0500 \quad = 1.00125\angle -2.8624^\circ$$

• P และ Q ที่ Slack Bus หาจาก :

$$\frac{P_i - jQ_i}{V_i^*} = V_i \sum_{j=0}^{n} y_{ij} - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} V_j$$

$$P_1 - jQ_1 = V_1^* \left[V_1 (y_{12} + y_{13}) - (y_{12} V_2 + y_{13} V_3) \right]$$

$$= 1.05[1.05(20 - j50) - (10 - j20)(0.98 - j0.06) - (10 - j30)(1.0 - j0.05)]$$

$$= 4.095 - j1.890$$

• หาทิศทางและการไหลของกำลังไฟฟ้า (Line Flow)

จาก $I_{ij} = I_l + I_{i0} = y_{ij}(V_i - V_j) + y_{i0} V_i$

$$I_{12} = y_{12}(V_1 - V_2) = (10 - j20)[(1.05 + j0) - (0.98 - j0.06)]$$

$$= 1.9 - j0.8$$

$$I_{21} = -I_{12} = -1.9 + j0.8$$

$$I_{13} = y_{13}(V_1 - V_3) = (10 - j30)[(1.05 + j0) - (1.0 - j0.05)]$$

$$= 2.0 - j1.0$$

$$I_{31} = -I_{13} = -2.0 + j1.0$$

$$I_{23} = y_{23}(V_2 - V_3) = (16 - j32)[(0.98 - j0.06) - (1.0 - j0.05)]$$

$$= -0.64 - j0.48$$

$$I_{32} = -I_{23} = 0.64 - j0.48$$

Line Flows

$$S_{12} = V_1 I_{12}^*$$

$$= (1.05 + j0.0)(1.9 + j0.8)$$

$$= 1.995 + j0.84 \quad \text{p.u.}$$

$$= 199.5 \text{ MW} + j84.0 \text{ Mvar}$$

$$S_{21} = V_2 I_{21}^*$$

$$= (0.98 - j0.06)(-1.9 - j0.8)$$

$$= -1.91 - j0.67 \quad \text{p.u.}$$

$$= -199.0 \text{ MW} - j67.0 \text{ Mvar}$$

$$S_{13} = V_1 I_{13}^*$$

$$= (1.05 + j0.0)(2.0 + j1.0)$$

$$= 2.1 + j1.05 \quad \text{p.u.}$$

$$= 210.0 \text{ MW} + j105.0 \text{ Mvar}$$

$$S_{31} = V_3 I_{31}^*$$

$$= (1.0 - j0.05)(-2.0 - j1.0)$$

$$= -2.05 - j0.90 \quad \text{p.u.}$$

$$= -205.0 \text{ MW} - j90.0 \text{ Mvar}$$

$$S_{23} = V_2 I_{23}^*$$

$$= (0.98 - j0.06)(-0656 + j0.48)$$

$$= -0656 - j0.432 \quad \text{p.u.}$$

$$= -65.6 \text{ MW} - j43.2 \text{ Mvar}$$

$$S_{32} = V_3 I_{32}^*$$

$$= (1.0 - j0.05)(0.64 + j0.48)$$

$$= 0.664 + j0.448 \quad \text{p.u.}$$

$$= 66.4 \text{ MW} + j44.8 \text{ Mvar}$$

Line Losses

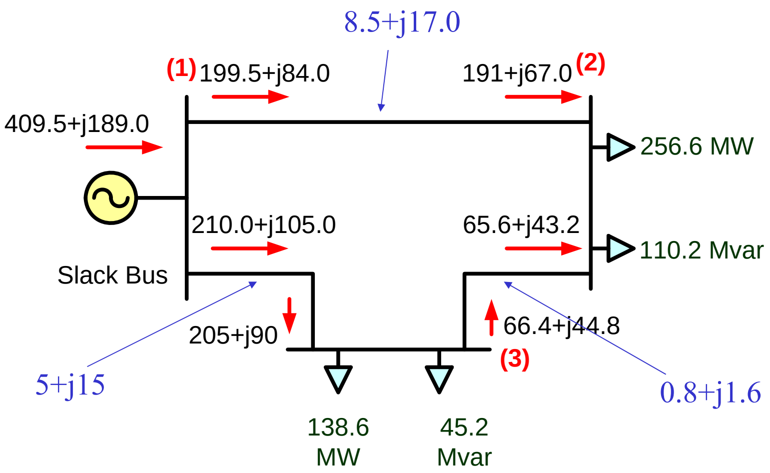
$$\boxed{S_{L,ij} = S_{ij} + S_{ji}}$$

$$S_{L,12} = S_{12} + S_{21} \quad = 8.5 \text{ MW} + j17.0 \text{ Mvar}$$

$$S_{L,13} = S_{13} + S_{31} \quad = 5.0 \text{ MW} + j15.0 \text{ Mvar}$$

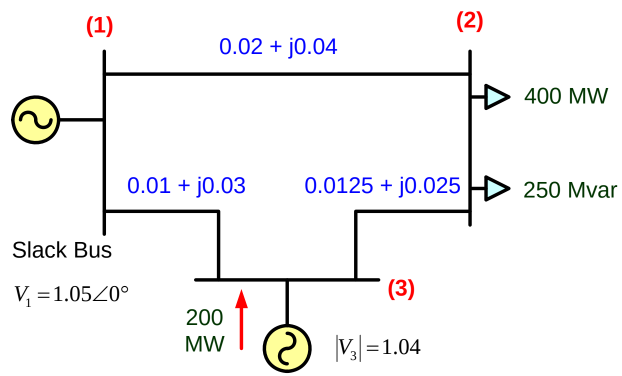
$$S_{L,23} = S_{23} + S_{32} \quad = 0.8 \text{ MW} + j1.60 \text{ Mvar}$$

- เขียนแผนภาพแสดงทิศทางและขนาดการไหลของกำลังไฟฟ้าในระบบได้เป็น



ตัวอย่างที่ 5

จากระบบดังรูป ซึ่งค่าอิมพีแดนซ์ p.u. คิดจากค่าฐาน 100 MVA โดยที่ระบบไม่คิดแอดมิตแตนซ์ขนาน



• เมตริกซ์แอดมิตแตนซ์ [Y] เท่ากับ

$$[Y]=\begin{bmatrix} 20-j50 & -10+j20 & -10+j30 \\ -10+j20 & 26-j52 & -16+j32 \\ -10+j30 & -16+j32 & 26-j62 \end{bmatrix}$$

• ค่า กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน (S) และ กำลังไฟฟ้าจริง (P) ในรูป p.u.

$$S_2^{sch} = -\frac{(400+j250)}{100} \qquad = -4.0 - j2.5 \quad \text{p.u.}$$

$$P_3^{sch} = \frac{200}{100} \qquad = 2.0 \quad \text{p.u.}$$

กำหนดค่าแรงดันเริ่มต้น ของ บัส 2 และ บัส 3 เท่ากับ

$V_2^{(0)} = 1.0 + j0.0$ และ $V_3^{(0)} = 1.04 + j0.0$

Iteration #1

บัส 2

$$V_2^{(1)} = \frac{\dfrac{P_2^{sch} - jQ_2^{sch}}{V_2^{*(0)}} - Y_{21}V_1 - Y_{23}V_3^{(0)}}{Y_{22}}$$

$$= \frac{\dfrac{-4.0+j2.5}{1.0-j0} - (-10+j20)(1.05+j0) - (-16+j32)(1.04+j0)}{(26-j52)}$$

$$= 0.97462 - j0.042307$$

Iteration #1

บัส 3 หาค่า Q ที่บัส 3 ก่อน จาก

$$Q_i^{(k+1)} = -\operatorname{Im}\left\{ V_i^{*(k)} [V_i^{(k)} Y_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} Y_{ij} V_j^{(k)}] \right\}$$

$$Q_3^{(1)} = -\operatorname{Im}\left\{ V_3^{*(0)} [V_3^{(0)} Y_{33} + Y_{31}V_1 + Y_{32}V_2^{(1)}] \right\}$$

$$= -\operatorname{Im}\{(1.04-j0)[(1.04+j0)(26-j62) + (-10+j30)(1.05+j0) + (-16+j32)(0.97462-j0.042307)]\}$$

$$= 1.16$$

นำค่า $Q_3^{(1)}$ ที่ได้ ไปแทน Q_3^{sch} เพื่อหาค่าแรงดันเชิงซ้อนที่บัส 3

$$V_{c3}^{(1)} = \frac{\dfrac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^{*(0)}} - Y_{31}V_1 - Y_{32}V_2^{(1)}}{Y_{33}}$$

$$= \frac{\dfrac{2.0-j1.16}{1.04-j0} - (-10+j30)(1.05+j0) - (-16+j32)(0.97462-j0.042307)}{(26-j62)}$$

$$= 1.03783 - j0.005170$$

$$\boxed{\left|V_{c3}^{(1)}\right| = 1.0378} \quad \neq 1.04$$

• แต่ขนาดแรงดันที่บัส 3 มีขนาดคงที่ $|V_3| = 1.04$ และแรงดันเปลี่ยนแต่ในส่วนจินตภาพอันเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงค่า Q

$$\mathrm{Im}\left|V_{c3}^{(1)}\right| = f_3^{(1)} = -0.005170$$

• ค่าแรงดันส่วนจริงของบัส 3

$$e_3^{(1)} = \sqrt{(1.04)^2 - (0.005170)^2}$$

$$= 1.039987$$

• แรงดันที่บัส 3 จากการ **iteration #1** เท่ากับ

$$V_3^{(1)} = 1.039987 - j0.005170$$

Iteration #2

บัส 2

$$V_2^{(2)} = \frac{\dfrac{-4.0 + j2.5}{V_2^{*(1)}} - (-10 + j20)(1.05 + j0) - (-16 + j32)V_3^{(1)}}{(26 - j52)}$$

$$= \frac{\dfrac{-4.0 + j2.5}{0.97462 + j0.042307} - (-10 + j20)(1.05 + j0) - (-16 + j32)(1.039987 - j0.005170)}{(26 - j52)}$$

$$= 0.971057 - j0.043432$$

Iteration #2

บัส 3

$$Q_3^{(2)} = -\mathrm{Im}\left\{V_3^{*(1)}[V_3^{(1)}Y_{33} + Y_{13}V_1 + Y_{23}V_2^{(2)}]\right\}$$

$$= -\mathrm{Im}\{(1.039987 + j0.005170)[(1.039987 - j0.005170)(26 - j62) + (-10 + j30)(1.05 + j0) + (-16 + 32)(0.971057 - j0.043432)]\}$$

$$= 1.38796$$

→ จากนั้นนำ $Q_3^{(2)}$ ไปหาแรงดัน $V_3^{(2)}$

Iteration #2

บัส 3

$$V_{c3}^{(1)} = \frac{\dfrac{P_3^{sch} - jQ_3^{sch}}{V_3^{*(1)}} - Y_{31}V_1 - Y_{32}V_2^{(2)}}{Y_{33}}$$

$$= \frac{\dfrac{2.0 - j1.38796}{1.039987 + j0.00517} - (-10 + j30)(1.05 + j0) - (-16 + j32)(0.971057 - j0.043432)}{(26 - j62)}$$

$$= 1.03908 - j0.00730$$

แต่ขนาดแรงดันที่บัส 3 มีขนาดคงที่ $|V_3| = 1.04$ และแรงดันเปลี่ยน แต่ในส่วนจินตภาพอันเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงค่า Q

$$\mathrm{Im}\left|V_{c3}^{(2)}\right| = f_3^{(2)} = -0.00730$$

หาค่าแรงดันส่วนจริงของบัส 3 ได้จาก

$$e_3^{(2)} = \sqrt{(1.04)^2 - (0.00730)^2}$$

$$= 1.039974$$

จะได้แรงดันที่บัส 3 จากการ **iteration #2** เท่ากับ

$$V_3^{(2)} = 1.039974 - j0.00730$$

❖ ทำการ iteration จนคำตอบลู่เข้า คิดที่ $\varepsilon = 5\times10^{-5}$

$V_2^{(3)} = 0.97073 - j0.04479$	$Q_3^{(3)} = 1.42904$	$V_3^{(3)} = 1.03996 - j0.00833$
$V_2^{(4)} = 0.97065 - j0.04533$	$Q_3^{(4)} = 1.44833$	$V_3^{(4)} = 1.03996 - j0.00873$
$V_2^{(5)} = 0.97062 - j0.04555$	$Q_3^{(5)} = 1.45621$	$V_3^{(5)} = 1.03996 - j0.00893$
$V_2^{(6)} = 0.97061 - j0.04565$	$Q_3^{(6)} = 1.45947$	$V_3^{(6)} = 1.03996 - j0.00900$
$V_2^{(7)} = 0.97061 - j0.04569$	$Q_3^{(7)} = 1.46082$	$V_3^{(7)} = 1.03996 - j0.00903$

❖ สามารถหาค่าต่างๆในระบบได้เป็น

บัส 1 : $S_1 = 2.1842 + j1.4085$

บัส 2 : $V_2 = 0.97168\angle -2.6948$

บัส 3 : $S_3 = 2.0 + j1.4617$

$V_3 = 1.04\angle -0.498^\circ$

❖ หา Line Flow และ Line Loss เหมือนใน ตัวอย่างที่ 4

Line Flow

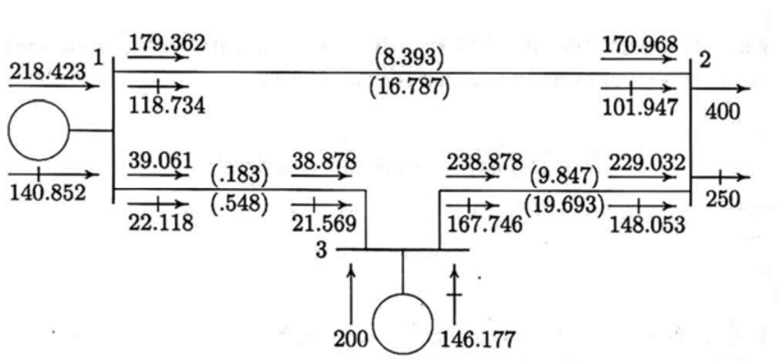
$S_{12} = 179.36 + j118.734$	$S_{21} = -170.97 - j101.947$
$S_{13} = 39.06 + j22.118$	$S_{31} = -38.88 - j21.569$
$S_{23} = -229.03 - j148.05$	$S_{32} = 238.88 + j167.746$

Line Losses

$S_{L,12} = 8.39 + j16.79$ $\quad$ $S_{L,13} = 0.18 + j0.548$

$S_{L,23} = 9.85 + j19.69$

แผนภาพแสดงขนาดและทิศทางการไหลของกำลังไฟฟ้า



→ Real Power

⟶+⟶ Reactive Power

Power Flow Calculation by using Newton – Raphson Method

Newton – Raphson Method

- วิธีคำนวณยุ่งยากกว่าวิธี Gauss - Seidel
- อาศัยทฤษฎีอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor's series)
- มีประสิทธิภาพมากกว่าวิธี Gauss – Seidel คือ ได้ผลลัพธ์โดยใช้จำนวนรอบการคำนวณน้อยกว่า
- เหมาะสำหรับการวิเคราะห์ระบบที่มีขนาดใหญ่ๆ และซับซ้อน
- เหมาะสำหรับใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ในการคำนวณ

Newton – Raphson Methode

จากสมการ 1 มิติ (1 ตัวแปร, 1 สมการ)

$$f(x) = c$$

กำหนดให้ $x^{(0)}$ คือ ค่าคำตอบเริ่มต้น (initial estimate of solution)

$\Delta x^{(0)}$ คือ ขนาดความแตกต่างของค่าเริ่มต้นกับคำตอบจริง (small deviation from the correct solution)

❑ **สามารถเขียนสมการได้ใหม่ เป็น**

$$f(x^{(0)} + \Delta x^{(0)}) = c$$

- นำสมการที่ได้ มากระจายในรูปอนุกรมเทย์เลอร์ จะได้

$$f(x^{(0)}) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} + \frac{1}{2!}\left(\frac{d^2 f}{dx^2}\right)^{(0)} (\Delta x^{(0)})^2 + \ldots = c$$

สมมติ $\Delta x^{(0)}$ ให้มีค่าน้อยมากๆ เทอมที่มีการยกกำลังสามารถตัดทิ้งได้

$$f(x^{(0)}) + \left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} \approx c$$

$$\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} \approx c - f(x^{(0)})$$

$$\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} \Delta x^{(0)} \approx \Delta c^{(0)}$$

$$\boxed{\Delta c^{(0)} = c - f(x^{(0)})}$$

จะได้

$$\Delta x^{(0)} \approx \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}}$$

❖ จากสมการ $\Delta x^{(0)}$ ที่ได้ นำมาหาคำตอบของสมการ โดย

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)}$$

$$= x^{(0)} + \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}}$$

❖ อัลกอริทึมสำหรับการวิเคราะห์ Newton – Raphson เป็นดังนี้

$$\Delta c^{(k)} = c - f(x^{(k)})$$

$$\Delta x^{(k)} = \frac{\Delta c^{(k)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}}$$

❖ จัดรูปใหม่ได้เป็น

$$\Delta c^{(k)} = j^{(k)} \Delta x^{(k)}$$ เมื่อ $$j^{(k)} = \left(\frac{df}{dx}\right)^{(k)}$$

❖ หาคำตอบในแต่ละรอบการคำนวณ

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)}$$

ตัวอย่างที่ 6

จงใช้วิธี Newton – Raphson หาคำตอบของสมการต่อไปนี้

$$x^3 - 6x^2 + 9x = 4$$

โดยกำหนดค่าเริ่มต้น $x^{(0)} = 6$

วิธีทำ

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4 = 0$$

$$\frac{df(x)}{dx} = 3x^2 - 12x + 9$$

Iteration #1

❖ หาค่า $\Delta c^{(0)}$ จาก

$$\Delta c^{(0)} = c - f(x^{(0)})$$

$$= c - \left[(x^{(0)})^3 - 6(x^{(0)})^2 + 9x^{(0)} - 4\right]$$

$$= 0 - \left[(6)^3 - 6(6)^2 + 9(6) - 4\right]$$

$$= -50$$

และ $$\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)} = 3(x^{(0)})^2 - 12x^{(0)} + 9$$

$$= 3(6)^2 - 12(6) + 9$$

$$= 45$$

Iteration #1

❖ สามารถหาค่า $\Delta x^{(0)}$ ได้จาก

$$\Delta x^{(0)} = \frac{\Delta c^{(0)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(0)}}$$

$$= \frac{-50}{45} \qquad = -1.1111$$

❖ คำตอบสมการจากการ **iteration # 1** เท่ากับ

$$x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x^{(0)}$$

$$= 6 - 1.1111$$

$$= 4.8889$$

Iteration #2

❖ หาค่า $\Delta c^{(1)}$ จาก

$$\Delta c^{(1)} = c - f(x^{(1)})$$

$$= c - \left[(x^{(1)})^3 - 6(x^{(1)})^2 + 9x^{(1)} - 4\right]$$

$$= 0 - \left[(4.8889)^3 - 6(4.8889)^2 + 9(4.8889) - 4\right]$$

$$= -13.4431$$

และ $$\left(\frac{df}{dx}\right)^{(1)} = 3(x^{(1)})^2 - 12x^{(1)} + 9$$

$$= 3(4.8889)^2 - 12(4.8889) + 9$$

$$= 22.037$$

Iteration #2

❖ สามารถหาค่า $\Delta x^{(0)}$ ได้จาก

$$\Delta x^{(1)} = \frac{\Delta c^{(1)}}{\left(\frac{df}{dx}\right)^{(1)}}$$

$$= \frac{-13.4431}{22.037} \qquad = -0.6100$$

❖ คำตอบสมการจากการ iteration # 2 เท่ากับ

$$x^{(2)} = x^{(1)} + \Delta x^{(1)}$$

$$= 4.8889 - 0.6100$$

$$= 4.2789$$

✓ทำการ iteration ไปเรื่อยๆ จนคำตอบของสมการไม่เปลี่ยนแปลง

 # 3

$$x^{(3)} = x^{(2)} + \Delta x^{(2)}$$

$$= 4.2789 - \frac{2.9981}{12.5797} \qquad = 4.0405$$

 # 4

$$x^{(4)} = x^{(3)} + \Delta x^{(3)}$$

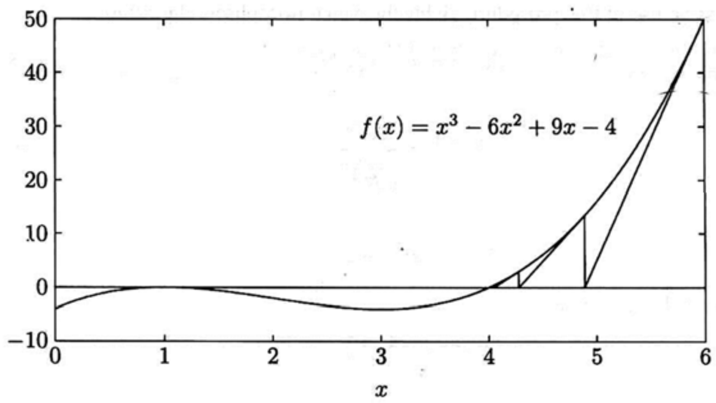
$$= 4.0405 - \frac{0.3748}{9.4914} \qquad = 4.0011$$

 # 5

$$x^{(5)} = x^{(4)} + \Delta x^{(4)}$$

$$= 4.0011 - \frac{0.0095}{9.0126} \qquad = 4.0000$$

กราฟแสดงการหาคำตอบด้วยวิธี Newton - Raphson



** พบว่าวิธี Newton – Raphson ใช้รอบการ iteration น้อยกว่า วิธี Gauss - Seidel

❖ การเขียนโปรแกรม เพื่อใช้วิเคราะห์ ตัวอย่างที่ 6

```
dx=1;          % Change in variable is set to a high value
x=input('Enter initial estimate -> '); % Initial estimate
iter = 0;                              % Iteration counter
disp('iter   Dc        J         dx        x') % Heading
while abs(dx) >= 0.001 & iter < 100  Test for convergence
iter = iter + 1;                        % No. of iterations
Dc = 0 - (x^3 - 6*x^2 + 9*x - 4);              % Residual
J = 3*x^2 - 12*x + 9;                         % Derivative
dx= Dc/J;                               %Change in variable
x=x + dx;                             % Successive solution
fprintf('%g', iter), disp([Dc, J, dx, x])
end
```


สำหรับกรณีระบบที่พิจารณา มีตัวแปร n ตัวแปร และสมการ n สมการ

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= c_1 \\ f_2(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= c_2 \\ &\cdots\cdots \\ f_n(x_1, x_2, \cdots, x_n) &= c_n \end{aligned}$$

สามารถกระจายโดยใช้อนุกรมเทย์เลอร์(ตัดพจน์อันดับสูง) ได้เป็น

$$(f_1)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \ldots + \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_1$$

$$(f_2)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \ldots + \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_2$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$(f_n)^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} \Delta x_1^{(0)} + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} \Delta x_2^{(0)} + \ldots + \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \Delta x_n^{(0)} = c_n$$

ย้ายข้างสมการ

$$\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)}\Delta x_1^{(0)}+\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)}\Delta x_2^{(0)}+\ldots+\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)}\Delta x_n^{(0)}=c_1-(f_1)^{(0)}$$

$$\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)}\Delta x_1^{(0)}+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)}\Delta x_2^{(0)}+\ldots+\left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)}\Delta x_n^{(0)}=c_2-(f_2)^{(0)}$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)}\Delta x_1^{(0)}+\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)}\Delta x_2^{(0)}+\ldots+\left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)}\Delta x_n^{(0)}=c_n-(f_n)^{(0)}$$

เขียนในรูปเมตริกได้เป็น

$$\begin{bmatrix} c_1-(f_1)^{(0)} \\ c_2-(f_2)^{(0)} \\ \vdots \\ c_n-(f_n)^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

Δc

กำหนดให้

$$\Delta X^{(k)}=\begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(k)} \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \Delta C^{(k)}=\begin{bmatrix} c_1-(f_1)^{(k)} \\ c_2-(f_2)^{(k)} \\ \vdots \\ c_n-(f_n)^{(k)} \end{bmatrix}$$

$$J^{(k)}=\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(k)} \end{bmatrix}$$

Jacobian Matrix

จะได้ $\Delta C^{(k)} = J^{(k)}\Delta X^{(k)}$

หรือ $\Delta X^{(k)} = \left[J^{(k)}\right]^{-1}\Delta C^{(k)}$

❖ สามารถหาคำตอบสมการ n มิติ (n สมการ n ตัวแปร) โดยวิธี Newton – Raphson ได้โดยหา

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + \Delta X^{(k)}$$

** สิ่งสำคัญคือ หาจาโคเบียนเมตริก (*Jacobian Matrix*)ให้ได้ !!! **

ตัวอย่างที่ 7

จงใช้วิธี Newton – Raphson หาจุดตัดของ 2 สมการนี้

$$x_1^2 + x_2^2 = 4$$

$$e^{x_1} + x_2 = 1$$

$\Delta C^{(k)} = J^{(k)}\Delta X^{(k)}$

วิธีทำ

$$\begin{bmatrix} c_1-(f_1)^{(k)} \\ c_2-(f_2)^{(k)} \\ \vdots \\ c_n-(f_n)^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(k)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(k)} & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(k)} & \cdots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(k)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(k)} \\ \Delta x_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(k)} \end{bmatrix}$$

- จากโจทย์ พบว่า :

$n = 2$ และ $c_1 = 4$ $c_2 = 1$

- หา Jacobian Matrix [J]

$$J = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}\right) & \left(\dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}\right) \\ \left(\dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}\right) & \left(\dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}\right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial\left(x_1^2+x_2^2\right)}{\partial x_1}\right) & \left(\dfrac{\partial\left(x_1^2+x_2^2\right)}{\partial x_2}\right) \\ \left(\dfrac{\partial\left(e^{x_1}+x_2\right)}{\partial x_1}\right) & \left(\dfrac{\partial\left(e^{x_1}+x_2\right)}{\partial x_2}\right) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2x_1 & 2x_2 \\ e^{x_1} & 1 \end{bmatrix}$$

❖ กำหนดค่าเริ่มต้น $x_1^{(0)} = 0.5$ และ $x_2^{(0)} = -1.0$

Iteration #1

$$f_1^{(0)} = \left(x_1^{(0)}\right)^2 + \left(x_2^{(0)}\right)^2 = (0.5)^2 + (-1.0)^2 = 1.25$$

$$f_2^{(0)} = e^{\left(x_1^{(0)}\right)} + \left(x_2^{(0)}\right) = e^{(0.5)} + (-1.0) = 0.6487$$

❑ จะได้สมาชิกของ $\Delta C^{(k)}$ เป็น

$$\Delta c_1^{(0)} = c_1 - (f_1)^{(k)} = 4 - 1.25 = 2.7500$$

$$\Delta c_2^{(0)} = c_2 - (f_2)^{(k)} = 1 - 0.6487 = 0.3513$$

Iteration #1

❖ หา $J^{(0)}$ จะได้

$$J^{(0)} = \begin{bmatrix} 2x_1^{(0)} & 2x_2^{(0)} \\ e^{x_1^{(0)}} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2(0.5) & 2(-1) \\ e^{(0.5)} & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1.0000 & -2.0000 \\ 1.6487 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

Iteration #1

จาก

$$\begin{bmatrix} c_1 - (f_1)^{(0)} \\ c_2 - (f_2)^{(0)} \\ \vdots \\ c_n - (f_n)^{(0)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\dfrac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \left(\dfrac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\dfrac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)^{(0)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\dfrac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)^{(0)} & \left(\dfrac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)^{(0)} & \cdots & \left(\dfrac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)^{(0)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \\ \vdots \\ \Delta x_n^{(0)} \end{bmatrix}$$

จะได้

$$\begin{bmatrix} 2.7500 \\ 0.3513 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0000 & -2.0000 \\ 1.6487 & 1.0000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^{(0)} \\ \Delta x_2^{(0)} \end{bmatrix}$$

❖ สามารถหา $\Delta X^{(k)}$ ได้เท่ากับ

$$\begin{bmatrix}\Delta x_1^{(0)}\\ \Delta x_2^{(0)}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1.0000 & -2.0000\\ 1.6487 & 1.0000\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}2.7500\\ 0.3513\end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix}0.8034\\ -0.9733\end{bmatrix}$$

✓คำตอบสมการจากการ iteration # 1 เท่ากับ

ค่าเริ่มต้น

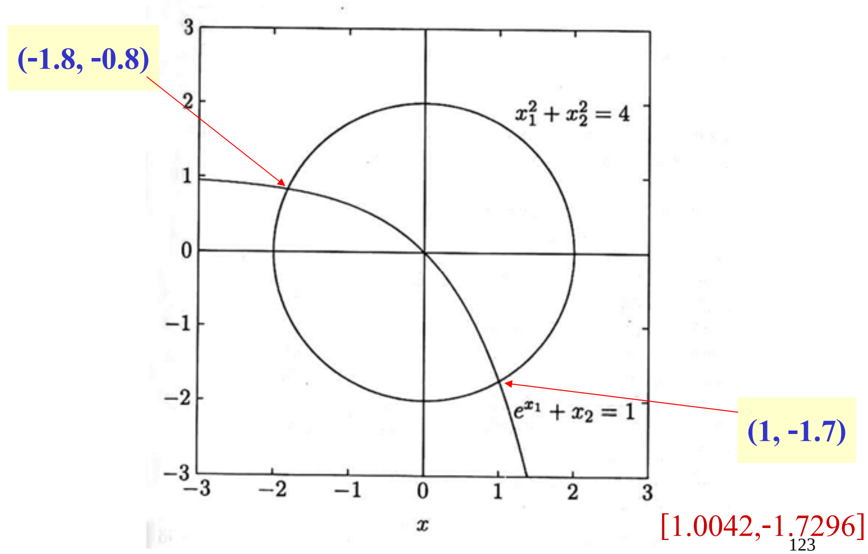
$$x_1^{(1)} = x_1^{(0)} + \Delta x_1^{(0)} = 0.5 + 0.8034 = 1.3034$$

$$x_2^{(1)} = x_2^{(0)} + \Delta x_2^{(0)} = -1 + (-0.9733) = -1.9733$$

เมื่อทำการ iteration ไปเรื่อย พบว่าคำตอบจะหยุดที่ iteration #5

Iter	ΔC	Jacobian matrix		Δx	x
1	2.7500	1.0000	-2.0000	0.8034	1.3034
	0.3513	1.6487	1.0000	-0.9733	-1.9733
2	-1.5928	2.6068	-3.9466	-0.2561	1.0473
	-0.7085	3.6818	1.0000	0.2344	-1.7389
3	-0.1205	2.0946	-3.4778	-0.0422	1.0051
	-0.1111	2.8499	1.0000	0.0092	-1.7296
4	-0.0019	2.0102	-3.4593	-0.0009	1.0042
	-0.0025	2.7321	1.0000	0.0000	-1.7296
5	-0.0000	2.0083	-3.4593	-0.0000	1.0042
	-0.0000	2.7296	1.0000	-0.0000	-1.7296

เปรียบเทียบคำตอบที่ได้ระหว่าง Newton – Raphson กับการพล็อตกราฟ



[1.0042,-1.7296]

❖ การเขียนโปรแกรม เพื่อใช้วิเคราะห์ ตัวอย่างที่ 7

```
iter = 0 ;                                              % Iteration Counter
x=input('Enter initial estimates, col. vector[x1;x2]->');
Dx = [1; 1];  % Change in variable is set to a high value
C=[4; 1];
disp('Iter    DC       Jacobian matrix        Dx          x');
                                                % Heading for results
while max(abs(Dx)) >= 0.0001 & iter <10 %Convergence test
iter=iter+1;                                    % Iteration counter
f = [x(1)^2+x(2)^2;  exp(x(1))+x(2)];                 % Functions
DC = C - f;                                           % Residuals
J = [2*x(1)      2*x(2)                           % Jacobian matrix
     exp(x(1))        1];
Dx=J\DC;                                     % Change in variables
x=x+Dx;                                    % Successive solutions
fprintf('%g', iter), disp([DC, J, Dx, x])             % Results
end
```

การวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้า ด้วยวิธี Newton-Raphson

- จากสมการการไหลของกำลังไฟฟ้า

$$P_i - jQ_i = V_i^*(V_iY_{ii} + \sum_{j=1}^{N} Y_{ij}V_j) \qquad (j \neq i)$$

- ถ้ากำหนดให้ j เท่ากับ i ได้ → จะได้สมการเป็น

$$P_i - jQ_i = V_i^* \sum_{j=1}^{N} Y_{ij}V_j \qquad (j = i)$$

❖ สมมติค่าพารามิเตอร์ต่างๆ ในรูปเชิงขั้ว (Polar form)

$$V_i = |V_i|\angle\delta_i \qquad V_j = |V_j|\angle\delta_j \qquad Y_{ij} = |Y_{ij}|\angle\theta_{ij}$$

จะได้

$$P_i - jQ_i = \sum_{j=1}^{N} |V_iV_jY_{ij}|\angle(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$$

❖ กำลังไฟฟ้าจริง (P) และกำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ (Q) หาได้ดังนี้

$$P_i = \sum_{j=1}^{N} |V_iV_jY_{ij}|\cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) = f_1(\delta_i, |V_i|)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^{N} |V_iV_jY_{ij}|\sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) = f_2(\delta_i, |V_i|)$$

- รูปเมตริกเพื่อการวิเคราะห์ Newton - Raphson เขียนได้เป็น

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i \\ \Delta Q_i \end{bmatrix} = [J] \begin{bmatrix} \Delta\delta_i \\ \Delta|V_i| \end{bmatrix}$$

- สำหรับ "บัสอ้างอิง (Swing Bus)" จะไม่นำมาใช้ในการคำนวณ เนื่องจากทราบค่า $|V|$ และ δ แล้ว

→

- กรณีกำหนด บัส 1 เป็นบัสอ้างอิง จะได้

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta P_n^{(k)} \\ \Delta Q_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta Q_n^{(k)} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & J_1 & \vdots & \vdots & J_2 & \vdots \\ \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial P_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \hline \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_2^{(k)}}{\partial |V_n|} \\ \vdots & J_3 & \vdots & \vdots & J_4 & \vdots \\ \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial \delta_n} & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_2|} & \cdots & \frac{\partial Q_n^{(k)}}{\partial |V_n|} \end{array}\right] \begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(k)} \\ \vdots \\ \Delta\delta_n^{(k)} \\ \Delta|V_2^{(k)}| \\ \vdots \\ \Delta|V_n^{(k)}| \end{bmatrix}$$

การหา J_1 ได้จาก

$$P_i = \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j = i)$$

❖ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$P_i = \left|V_i V_i Y_{ii}\right| \cos\left(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_i\right) + \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j \neq i)$$

❖ จะได้

j เดียวกัน

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_j} = \frac{\partial}{\partial \delta_j}\left[\left|V_i V_i Y_{ii}\right| \cos\left(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_i\right) + \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right)\right] \qquad (j \neq i)$$

$$= -\left|V_i V_j Y_{ij}\right| \sin\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j \neq i)$$

การหา J_1 ได้จาก (ต่อ)

$$P_i = \left|V_i V_i Y_{ii}\right| \cos\left(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_i\right) + \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j \neq i)$$

❖ จะได้

0

$$\frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = \frac{\partial}{\partial \delta_i}\left[\left|V_i V_i Y_{ii}\right| \cos\left(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_i\right) + \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right)\right] \qquad (j \neq i)$$

$$= -\sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \sin\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \frac{\partial(-\delta_i)}{\partial \delta_i} \qquad (j \neq i)$$

$$= \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \sin\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j \neq i)$$

การหา J_2 ได้จาก

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} = \frac{\partial}{\partial V_i}\left[\left|V_i V_i Y_{ii}\right| \cos\left(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_i\right) + \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right)\right] \qquad (j \neq i)$$

$$= 2\left|V_i\right|\left|Y_{ii}\right| \cos\left(\theta_{ii}\right) + \sum_{j=1}^{N} \left|V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j \neq i)$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial |V_j|} = \frac{\partial}{\partial V_j}\left[\left|V_i V_i Y_{ii}\right| \cos\left(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_i\right) + \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right)\right] \qquad (j \neq i)$$

$$= \left|V_i\right|\left|Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j \neq i)$$

การหา J_3 ได้จาก

$$Q_i = -\sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \sin\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j = i)$$

❖ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$Q_i = -\left|V_i V_i Y_{ii}\right| \sin\left(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_i\right) - \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \sin\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j \neq i)$$

❖ จะได้

j เดียวกัน

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_j} = \frac{\partial}{\partial \delta_j}\left[-\left|V_i V_i Y_{ii}\right| \sin\left(\theta_{ii} + \delta_i - \delta_i\right) - \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \sin\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right)\right] \qquad (j \neq i)$$

$$= -\left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right) \qquad (j \neq i)$$

การหา J_3 ได้จาก (ต่อ)

จาก

$$Q_i = -|V_iV_iY_{ii}|\sin(\theta_{ii}+\delta_i-\delta_i) - \sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i) \qquad (j \neq i)$$

❖ จะได้

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = \frac{\partial}{\partial \delta_i}\left[-|V_iV_iY_{ii}|\sin(\theta_{ii}+\underbrace{\delta_i-\delta_i}_{\boxed{0}}) - \sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)\right] \qquad (j \neq i)$$

$$= -\sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)\frac{\partial(-\delta_i)}{\partial \delta_i} \qquad (j \neq i)$$

$$= \sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i) \qquad (j \neq i)$$

การหา J_4 ได้จาก

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} = \frac{\partial}{\partial V_i}\left[-|V_iV_iY_{ii}|\sin(\theta_{ii}+\delta_i-\delta_i) - \sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)\right] \qquad (j \neq i)$$

$$= -2|V_i||Y_{ii}|\sin(\theta_{ii}) - \sum_{j=1}^{N}|V_jY_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i) \qquad (j \neq i)$$

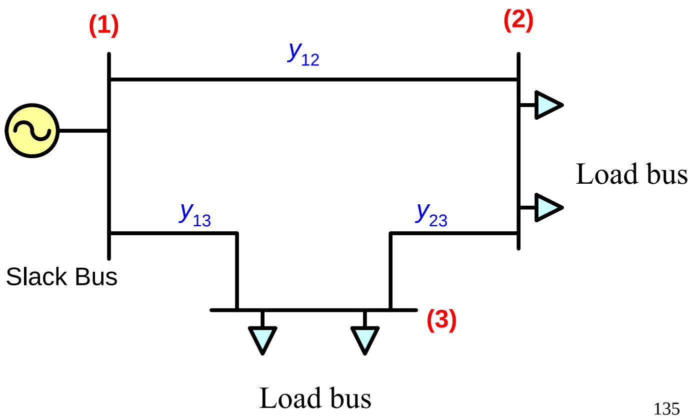
j เดียวกัน

$$\frac{\partial Q_i}{\partial |V_j|} = \frac{\partial}{\partial V_j}\left[-|V_iV_iY_{ii}|\sin(\theta_{ii}+\delta_i-\delta_i) - \sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i)\right] \qquad (j \neq i)$$

$$= -|V_i||Y_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i) \qquad (j \neq i)$$

ตัวอย่างที่ 8

จงหาสมาชิกแต่ละตัวของ $[J]$ ของระบบไฟฟ้าในรูป



❖ หา $[Y]$

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_{11}\angle\theta_{11} & Y_{12}\angle\theta_{12} & Y_{13}\angle\theta_{13} \\ Y_{21}\angle\theta_{21} & Y_{22}\angle\theta_{11} & Y_{23}\angle\theta_{23} \\ Y_{31}\angle\theta_{31} & Y_{32}\angle\theta_{32} & Y_{33}\angle\theta_{33} \end{bmatrix}$$

แปลงจากเลขเชิงซ้อน
เป็นเชิงขั้ว

** ไม่ใช้ บัส 1 ในการหา $[J]$ เนื่องจากเป็น ***Slack Bus***

❖ หา P_i, Q_i จาก

$$P_i = \sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\cos(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i) \qquad (j = i)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\sin(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i) \qquad (j = i)$$

➢หา P_2, P_3 $$P_i = \sum_{j=1}^{N} |V_i V_j Y_{ij}| \cos(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \qquad (j = i)$$

$$P_2 = |V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2||V_2||Y_{22}|\cos(\theta_{22} + \delta_2 - \delta_2) + |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$= |V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2|^2|Y_{22}|\cos(\theta_{22}) + |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$P_3 = |V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31} + \delta_1 - \delta_3) + |V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32} + \delta_2 - \delta_3) + |V_3||V_3||Y_{33}|\cos(\theta_{33} + \delta_3 - \delta_3)$$

$$= |V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31} + \delta_1 - \delta_3) + |V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32} + \delta_2 - \delta_3) + |V_3|^2|Y_{33}|\cos(\theta_{33})$$

➢หา Q_2, Q_3 $$Q_i = -\sum_{j=1}^{N} |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i) \qquad (j = i)$$

$$Q_2 = -|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) - |V_2||V_2||Y_{22}|\sin(\theta_{22} + \delta_2 - \delta_2) - |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$= -|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) - |V_2|^2|Y_{22}|\sin(\theta_{22}) - |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$Q_3 = -|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31} + \delta_1 - \delta_3) - |V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32} + \delta_2 - \delta_3) - |V_3||V_3||Y_{33}|\sin(\theta_{33} + \delta_3 - \delta_3)$$

$$= -|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31} + \delta_1 - \delta_3) - |V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32} + \delta_2 - \delta_3) - |V_3|^2|Y_{33}|\sin(\theta_{33})$$

หาสมาชิกแต่ละตัวใน [J] จาก

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \Delta |V_2| \\ \Delta |V_3| \end{bmatrix}$$

จาโคเบียน

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} = \frac{\partial}{\partial \delta_2}[|V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2|^2|Y_{22}|\cos(\theta_{22}) + |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)]$$

$$= |V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} = \frac{\partial}{\partial \delta_3}[|V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2) + |V_2|^2|Y_{22}|\cos(\theta_{22}) + |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)]$$

$$= -|V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23} + \delta_3 - \delta_2)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} = \frac{\partial}{\partial |V_2|}[|V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+|V_2|^2|Y_{22}|\cos(\theta_{22})+ |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)]$$

$$= |V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+2|V_2||Y_{22}|\cos(\theta_{22})+ |V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)]$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} = \frac{\partial}{\partial |V_3|}[|V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+|V_2|^2|Y_{22}|\cos(\theta_{22})+ |V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)]$$

$$= |V_2||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = \frac{\partial}{\partial \delta_2}[|V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)+ |V_3|^2|Y_{33}|\cos(\theta_{33})]$$

$$= -|V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = \frac{\partial}{\partial \delta_3}[|V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)+ |V_3|^2|Y_{33}|\cos(\theta_{33})]$$

$$= |V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} = \frac{\partial}{\partial |V_2|}[|V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)+ |V_3|^2|Y_{33}|\cos(\theta_{33})]$$

$$= |V_3||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} = \frac{\partial}{\partial |V_3|}[|V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)+ |V_3|^2|Y_{33}|\cos(\theta_{33})]$$

$$= |V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)+ 2|V_3||Y_{33}|\cos(\theta_{33})$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = \frac{\partial}{\partial \delta_2}[-|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)-|V_2|^2|Y_{22}|\sin(\theta_{22})- |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)]$$

$$= |V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = \frac{\partial}{\partial \delta_3}[-|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)-|V_2|^2|Y_{22}|\sin(\theta_{22})- |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)]$$

$$= -|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

Q

$$\frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} = \frac{\partial}{\partial |V_2|}[-|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2) - |V_2|^2|Y_{22}|\sin(\theta_{22}) - |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)]$$

$$= -|V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2) - 2|V_2||Y_{22}|\sin(\theta_{22}) - |V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)]$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} = \frac{\partial}{\partial |V_3|}[-|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2) - |V_2|^2|Y_{22}|\sin(\theta_{22}) - |V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)]$$

$$= -|V_2||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} = \frac{\partial}{\partial \delta_2}[-|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3) - |V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3) - |V_3|^2|Y_{33}|\sin(\theta_{33})]$$

$$= -|V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} = \frac{\partial}{\partial \delta_3}[-|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3) - |V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3) - |V_3|^2|Y_{33}|\sin(\theta_{33})]$$

$$= |V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3) + |V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} = \frac{\partial}{\partial |V_2|}[-|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3) - |V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3) - |V_3|^2|Y_{33}|\sin(\theta_{33})]$$

$$= -|V_3||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

$$\frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} = \frac{\partial}{\partial |V_3|}[-|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3) - |V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3) - |V_3|^2|Y_{33}|\sin(\theta_{33})]$$

$$= -|V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3) - |V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3) - 2|V_3||Y_{33}|\sin(\theta_{33})$$

จบตัวอย่าง 8 !!

- ส่วน $\Delta P_i^{(k)}$ และ $\Delta Q_i^{(k)}$ คือ ผลต่างของค่าจริงๆที่บัสนั้น (Scheduled) กับ ค่าที่ได้จากการคำนวณแต่ละรอบของการ iteration
- มีชื่อเรียกผลต่างนี้ว่า ***"Power Residuals"***

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)}$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)}$$

โดยที่ :

$$P_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{N} \left|V_i^{(k)} V_j^{(k)} Y_{ij}^{(k)}\right| \cos\left(\theta_{ij}^{(k)} + \delta_j^{(k)} - \delta_i^{(k)}\right)$$

$$Q_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{N} \left|V_i^{(k)} V_j^{(k)} Y_{ij}^{(k)}\right| \sin\left(\theta_{ij}^{(k)} + \delta_j^{(k)} - \delta_i^{(k)}\right)$$

• รู้ $[J^{(k)}]$, $\Delta P_i^{(k)}$ และ $\Delta Q_i^{(k)}$ --> หา $\Delta\delta_i^{(k)}$ $\Delta|V_i^{(k)}|$ ได้

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_i^{(k)} \\ \Delta|V_i^{(k)}| \end{bmatrix} = \left[J^{(k)}\right]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_i^{(k)} \\ \Delta Q_i^{(k)} \end{bmatrix}$$

• จะได้ขนาดแรงดัน $|V_i|$ และมุมเฟสแรงดัน δ_i ที่บัสใหม่ เป็น

$$\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta\delta_i^{(k)}$$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta|V_i^{(k)}|$$

• ทำ iteration ต่อไปเรื่อยๆ จนคำตอบอยู่ในเกณฑ์ยอมรับได้

กรณี มีบัสแรงดันคงที่ (Gen Bus) ในระบบที่วิเคราะห์ด้วย

• เนื่องจากแรงดันของ Gen Bus มีค่าคงที่ จะไม่ต้องหา $\Delta V_{\text{Gen Bus}}$ ทำให้สามารถตัดในสมาชิก $\dfrac{\partial P_i}{\partial |V_{\text{Gen Bus}}|}$ และ $\dfrac{\partial Q_i}{\partial |V_{\text{Gen Bus}}|}$ ในจาโคเบียนเมตริก $[J]$ ได้

• เนื่องจากไม่ทราบ Q^{sch} ของ Gen Bus จึงไม่นำ $\Delta Q_{\text{Gen Bus}}$ มาคิดในการคำนวณ แต่จะมาหาค่า Q ภายหลังจากทราบแรงดันแต่ละบัสแล้ว

ยกตัวอย่าง ระบบ 3 บัส ซึ่งมีบัส 1 เป็นบัสแกว่ง บัส 2 และ 3 เป็น Load Bus จะได้

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_2|} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta|V_2| \\ \Delta|V_3| \end{bmatrix}$$

ยกตัวอย่าง ระบบ 3 บัส ซึ่งมีบัส 1 เป็น Swing Bus, บัส 2 เป็น Load Bus และ บัส 3 เป็น Gen Bus จะต้อง

• ไม่คิด $\dfrac{\Delta P_i}{\partial |V_3|}$ และ $\dfrac{\Delta Q_i}{\partial |V_3|}$

• ไม่ต้องหา ΔQ_3

จะได้

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \Delta\delta_3 \\ \Delta V_2 \end{bmatrix}$$

กรณีระบบมีทั้งหมด n บัส และประกอบด้วย Swing Bus 1 บัส (sure !!)

และประกอบด้วย Gen Bus m บัส

- **ในการวิเคราะห์ Newton – Raphson พบว่า**

1. ต้องวิเคราะห์หาค่ากำลังไฟฟ้าจริง (P) จำนวน n - 1 ตัว
2. ต้องวิเคราะห์หาค่ากำลังไฟฟ้ารีแอคทีฟ (Q) จำนวน n - 1 - m ตัว
3. เมตริกจาโคเบียน [J] มีขนาด (2n-2-m) x (2n-2-m) **โดยแบ่งเป็น**

- J_1 มีขนาด (n-1) x (n-1)	- J_2 มีขนาด (n-1) x (n-1-m)
- J_3 มีขนาด (n-1-m) x (n-1)	- J_4 มีขนาด (n-1-m) x (n-1-m)

สรุป ขั้นตอนการวิเคราะห์โหลดโฟล์วด้วยวิธี Newton - Raphson

1. ที่ Load Bus

1.1 ทราบค่า P_i^{sch} และ $\boxed{Q_i^{sch}}$

1.2 กำหนดค่าแรงดันบัสเริ่มต้น

- กำหนดให้เท่า Swing Bus

หรือ - กำหนด $\left|V_i^{(0)}\right| = 1$ และ $\delta_i^{(0)} = 0$

สรุป Newton - Raphson

1. ที่ Load Bus (ต่อ)

1.3 หาค่า $P_i^{(k)}, Q_i^{(k)}$ จาก

$$P_i = \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \sin\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right)$$

1.4 หาค่า $\Delta P_i^{(k)}, \Delta Q_i^{(k)}$ จาก

$$\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)}$$

$$\Delta Q_i^{(k)} = Q_i^{sch} - Q_i^{(k)}$$

สรุป Newton - Raphson

2. ที่ Gen Bus

1.1 ทราบค่า P_i^{sch}

1.2 กำหนดค่ามุมเฟสแรงดันบัสเริ่มต้น

- กำหนดให้เท่าของ Swing Bus

หรือ - กำหนด $\delta_i^{(0)} = 0$

1.3 หาค่า $P_i^{(k)}$ จาก $P_i = \sum_{j=1}^{N} \left|V_i V_j Y_{ij}\right| \cos\left(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i\right)$

1.4 หาค่า $\Delta P_i^{(k)}$ จาก $\Delta P_i^{(k)} = P_i^{sch} - P_i^{(k)}$

สรุป Newton - Raphson

3. หาสมาชิกแต่ละตัวในเมตริกซ์จาโคเบียน $[J]$

$$[J]=\begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix}$$

โดยแทนค่า $V_i^{(k)}\angle\delta_i^{(k)}, V_j^{(k)}\angle\delta_j^{(k)}, Y_{ij}^{(k)}\angle\theta_{ij}^{(k)}$

4. หาค่า $\Delta\delta_i^{(k)}, \Delta|V_i^{(k)}|$ จาก

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_i^{(k)} \\ \Delta|V_i^{(k)}| \end{bmatrix} = \left[J^{(k)}\right]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_i^{(k)} \\ \Delta Q_i^{(k)} \end{bmatrix}$$

สรุป Newton - Raphson

5. หา $\delta_i^{(k+1)} = \delta_i^{(k)} + \Delta\delta_i^{(k)}$

$$|V_i^{(k+1)}| = |V_i^{(k)}| + \Delta|V_i^{(k)}|$$

6. กลับไปทำ ขั้นตอนที่ 1 ใหม่ โดยใช้ $\delta_i^{(k+1)}, |V_i^{(k+1)}|$

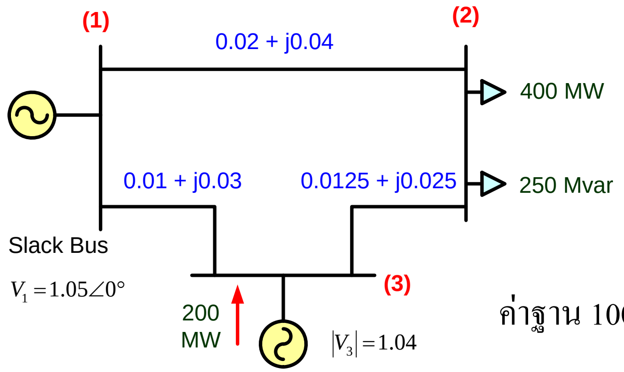
7. ทำไปเรื่อยๆ จนกระทั่ง

$|\Delta P_i^{(k)}| \le \varepsilon$ และ $|\Delta Q_i^{(k)}| \le \varepsilon$

เมื่อ ε เท่ากับ **2.5 x 10^{-4} p.u.**

ตัวอย่างที่ 9

จากระบบไฟฟ้าของ ตัวอย่างที่ 5 จงวิเคราะห์การไหลของกำลังไฟฟ้าด้วยวิธี Newton-Raphson



ค่าฐาน 100 MVA

• เมตริกซ์แอดมิตแตนซ์ $[Y]$ เท่ากับ

$$[Y]=\begin{bmatrix} 20-j50 & -10+j20 & -10+j30 \\ -10+j20 & 26-j52 & -16+j32 \\ -10+j30 & -16+j32 & 26-j62 \end{bmatrix}$$

• เขียน $[Y]$ ในรูปเชิงขั้ว (Polar Form) ได้เป็น

$$[Y]=\begin{bmatrix} 53.85165\angle -1.9029 & 22.36068\angle 2.0344 & 31.62278\angle 1.8925 \\ 22.36068\angle 2.0344 & 58.13777\angle -1.1071 & 35.77709\angle 2.0344 \\ 31.62278\angle 1.8925 & 35.77709\angle 2.0344 & 67.23095\angle -1.1737 \end{bmatrix}$$

มุมเป็น เรเดียน

** เขียนเป็นองศา (°)ได้

จากวงจร พบว่า

- บัส 1 เป็น *Swing Bus* → ไม่นำมาคิด
- บัส 3 เป็น *Gen Bus* → ไม่นำ $Q_3, |V_3|$ มาคิด

จะได้

$$\begin{bmatrix}\Delta P_2\\ \Delta P_3\\ \Delta Q_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{\partial P_2}{\partial\delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial\delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial|V_2|}\\ \frac{\partial P_3}{\partial\delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial\delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial|V_3|}\\ \frac{\partial Q_2}{\partial\delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial\delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial|V_2|}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta_2\\ \Delta\delta_3\\ \Delta V_2\end{bmatrix}$$

- หาค่า P ที่บัส 2 และ 3 ได้จาก $P_i=\sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\cos\left(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i\right)$

$$P_2=|V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+|V_2||V_2||Y_{22}|\cos(\theta_{22}+\delta_2-\delta_2)+$$
$$|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$=|V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+|V_2|^2|Y_{22}|\cos(\theta_{22})+$$
$$|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$P_3=|V_3||V_1||Y_{31}|\cos(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_3||V_2||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)+$$
$$|V_3|^2|Y_{33}|\cos(\theta_{33})$$

- หาค่า Q ที่ บัส 2 ได้จาก $Q_i=-\sum_{j=1}^{N}|V_iV_jY_{ij}|\sin\left(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i\right)$

$$Q_2=-|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)-|V_2||V_2||Y_{22}|\sin(\theta_{22}+\delta_2-\delta_2)-$$
$$|V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$=-|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)-|V_2|^2|Y_{22}|\sin(\theta_{22})-$$
$$|V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

- นำสมการที่ได้ ไปหาสมาชิกแต่ละตัวใน เมตริกจาโคเบียน [*J*]
- สมการ *P* และ *Q* ที่หามาได้ จะนำค่า $V_i^{(k)}\angle\delta_i^{(k)}, V_j^{(k)}\angle\delta_j^{(k)}, Y_{ij}^{(k)}\angle\theta_{ij}^{(k)}$ มาแทนในสมการ

หาสมาชิกแต่ละตัวในเมตริกจาโคเบียน

$$[J]=\left[\begin{array}{cc|c}\frac{\partial P_2}{\partial\delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial\delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial|V_2|}\\ \frac{\partial P_3}{\partial\delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial\delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial|V_3|}\\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial\delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial\delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial|V_2|}\end{array}\right]$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial\delta_2}=|V_2||V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+|V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial\delta_3}=-|V_2||V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial|V_2|}=|V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+2|V_2||Y_{22}|\cos(\theta_{22})+$$
$$|V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

แถว 1

หาสมาชิกแต่ละตัวในเมตริกจาโคเบียน

$$[J]=\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} = -|V_3||V_1||Y_{32}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} = |V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31}+\delta_1-\delta_3)+|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

$$\frac{\partial P_3}{\partial |V_2|} = |V_3||Y_{32}|\cos(\theta_{32}+\delta_2-\delta_3)$$

แถว 2

หาสมาชิกแต่ละตัวในเมตริกจาโคเบียน

$$[J]=\begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} = |V_2||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} = -|V_2||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|} = -|V_1||Y_{21}|\sin(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2)+2|V_2||Y_{22}|\sin(\theta_{22})- |V_3||Y_{23}|\sin(\theta_{23}+\delta_3-\delta_2)$$

แถว 3

- หาค่า P^{sch} ของบัส 2, 3 และ Q^{sch} ของบัส 2

บัส 2 $S_2^{sch} = -\frac{(400+j250)}{100} = -4.0-j2.5$ p.u.

บัส 3 $P_3^{sch} = \frac{200}{100} = 2.0$ p.u.

- กำหนดค่าเริ่มต้นของ บัส 2 และ บัส 3

บัส 1 → $|V_1| = 1.05$ และ $\delta_1 = 0$

บัส 2 → $|V_2^{(0)}| = 1$ และ $\delta_2^{(0)} = 0$

บัส 3 → $|V_3| = 1.04$ และ $\delta_3^{(0)} = 0$

นำไปแทนใน P_i, Q_i และ $[J]$

❖ หา $P_2^{(0)}, P_3^{(0)}$ และ $Q_2^{(0)}$

$$P_2^{(0)} = |V_2^{(0)}||V_1||Y_{21}|\cos(\theta_{21}+\delta_1-\delta_2^{(0)})+|V_2^{(0)}|^2|Y_{22}|\cos(\theta_{22})+ |V_2^{(0)}||V_3||Y_{23}|\cos(\theta_{23}+\delta_3^{(0)}-\delta_2^{(0)})$$

$$= |1.0||1.05||22.36068|\cos(2.0344+0-0)+|1.0|^2|58.13777|\cos(-1.1071)+ |1.0||1.04||35.77709|\cos(2.0344+0-0)$$

$$= -1.14$$

❖ ทำนองเดียวกัน จะได้

$P_3^{(0)} = 0.5616$ $Q_2^{(0)} = -2.28$

➢สามารถหา Power Residuals ที่บัสต่างๆ ได้เท่ากับ

$$\Delta P_2^{(0)} = P_2^{sch} - P_2^{(0)} = -4.0 - (-1.14) = -2.8600$$

$$\Delta P_3^{(0)} = P_3^{sch} - P_3^{(0)} = 2.0 - (0.5616) = 1.4384$$

$$\Delta Q_2^{(0)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(0)} = -2.5 - (-2.28) = -0.2200$$

คำตอบยังไม่ O.K.

➢หาสมาชิกแต่ละตัวในเมตริกจาโคเบียน [J]

$$\left[J^{(0)}\right] = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial P_2}{\partial \delta_2}^{(0)} & \dfrac{\partial P_2}{\partial \delta_3}^{(0)} & \dfrac{\partial P_2}{\partial |V_2|}^{(0)} \\ \dfrac{\partial P_3}{\partial \delta_2}^{(0)} & \dfrac{\partial P_3}{\partial \delta_3}^{(0)} & \dfrac{\partial P_3}{\partial |V_3|}^{(0)} \\ \dfrac{\partial Q_2}{\partial \delta_2}^{(0)} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial \delta_3}^{(0)} & \dfrac{\partial Q_2}{\partial |V_2|}^{(0)} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}^{(0)} = |V_2^{(0)}||V_1||Y_{21}|\sin\left(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2^{(0)}\right) + |V_2^{(0)}||V_3||Y_{23}|\sin\left(\theta_{23} + \delta_3^{(0)} - \delta_2^{(0)}\right)$$

$$= |1.0||1.05||22.36068|\sin(2.0344 + 0 - 0) + |1.0||1.04||35.77709|\sin(2.0344 + 0 - 0)$$

$$= 54.2800$$

❖ ทำในทำนองเดียวกัน จะหาสมาชิกทั้งหมดใน [J] ได้เป็น

$$\left[J^{(0)}\right] = \begin{bmatrix} 54.28000 & -33.28000 & 24.86000 \\ -33.2800 & 66.04000 & -16.64000 \\ -27.14000 & 16.64000 & 49.72000 \end{bmatrix}$$

❖ จะสามารถหา $\Delta\delta_2^{(0)}, \Delta\delta_3^{(0)}$ และ $\Delta|V_2^{(0)}|$ จาก

จาก

$$\begin{bmatrix} \Delta P_i^{(k)} \\ \Delta Q_i^{(k)} \end{bmatrix} = \left[J^{(k)}\right] \begin{bmatrix} \Delta\delta_i^{(k)} \\ \Delta|V_i^{(k)}| \end{bmatrix}$$

จะได้

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_i^{(k)} \\ \Delta|V_i^{(k)}| \end{bmatrix} = \left[J^{(k)}\right]^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P_i^{(k)} \\ \Delta Q_i^{(k)} \end{bmatrix}$$

• แทนค่าต่างๆ จะได้

$$\begin{bmatrix} \Delta\delta_2^{(0)} \\ \Delta\delta_3^{(0)} \\ \Delta|V_2^{(0)}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 54.28000 & -33.28000 & 24.86000 \\ -33.2800 & 66.04000 & -16.64000 \\ -27.14000 & 16.64000 & 49.72000 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -2.8600 \\ 1.4384 \\ -0.2200 \end{bmatrix}$$

❖ จะได้ค่าต่างๆ เท่ากับ

$$\Delta\delta_2^{(0)} = -0.045263 \qquad \Delta\delta_3^{(0)} = -0.007718$$

$$\Delta|V_2^{(0)}| = -0.026548$$

จะได้ค่าต่างๆ จากการ **iteration #1** เป็นดังนี้

$$\delta_2^{(1)} = \delta_2^{(0)} + \Delta\delta_2^{(0)} = 0 + (-0.045263) = -0.045263$$

$$\delta_3^{(1)} = \delta_3^{(0)} + \Delta\delta_3^{(0)} = 0 + (-0.007718) = -0.007718$$

$$\left|V_2^{(1)}\right| = \left|V_2^{(0)}\right| + \Delta\left|V_2^{(0)}\right| = 1 + (-0.026548) = 0.97345$$

หา $P_2^{(1)}, P_3^{(1)}$ และ $Q_2^{(1)}$

$$P_2^{(1)} = \left|V_2^{(1)}\right|\left|V_1\right|\left|Y_{21}\right|\cos\left(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2^{(1)}\right) + \left|V_2^{(1)}\right|^2\left|Y_{22}\right|\cos\left(\theta_{22}\right) + \left|V_2^{(1)}\right|\left|V_3\right|\left|Y_{23}\right|\cos\left(\theta_{23} + \delta_3^{(1)} - \delta_2^{(1)}\right)$$

$$= |0.97345||1.05||22.36068|\cos\left(2.0344 + 0 - (-0.045263)\right) + |0.97345|^2|58.13777|\cos(-1.1071) + |0.97345||1.04||35.77709|\cos\left(2.0344 + (-0.007718) - (-0.045263)\right)$$

$$= -3.900782$$

❖ ทำนองเดียวกัน จะได้

$$P_3^{(1)} = 1.978285 \qquad Q_2^{(1)} = -2.449086$$

➢สามารถหา Power Residuals ที่บัสต่างๆ ได้เท่ากับ

$$\Delta P_2^{(1)} = P_2^{sch} - P_2^{(1)} = -4.0 - (-3.900782) = -0.099218$$

$$\Delta P_3^{(1)} = P_3^{sch} - P_3^{(1)} = 2.0 - (1.978285) = 0.021715$$

$$\Delta Q_2^{(1)} = Q_2^{sch} - Q_2^{(1)} = -2.5 - (-2.449086) = -0.050914$$

❖ หาสมาชิกแต่ละตัวในเมตริกจาโคเบียน $[J]$

$$\left[J^{(1)}\right] = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}^{(1)} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3}^{(1)} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_2|}^{(1)} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2}^{(1)} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3}^{(1)} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|}^{(1)} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2}^{(1)} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3}^{(1)} & \frac{\partial Q_2}{\partial |V_2|}^{(1)} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial P_2}{\partial \delta_2}^{(1)} = \left|V_2^{(1)}\right|\left|V_1\right|\left|Y_{21}\right|\sin\left(\theta_{21} + \delta_1 - \delta_2^{(1)}\right) + \left|V_2^{(1)}\right|\left|V_3\right|\left|Y_{23}\right|\sin\left(\theta_{23} + \delta_3^{(1)} - \delta_2^{(1)}\right)$$

$$= |0.97345||1.05||22.36068|\sin\left(2.0344 + 0 - (-0.045263)\right) + |0.97345||1.04||35.77709|\sin\left(2.0344 + (-0.007718) - (-0.045263)\right)$$

$$= 51.724675$$

ทำในทำนองเดียวกัน จะหาสมาชิกทั้งหมดใน $[J]$ ได้เป็น

$$\left[J^{(1)}\right]=\begin{bmatrix}51.724675 & -31.765618 & 21.302567\\ -32.981642 & 65.656383 & -15.379086\\ -28.538577 & 17.402838 & 48.103589\end{bmatrix}$$

จะสามารถหา $\Delta\delta_2^{(1)},\Delta\delta_3^{(1)}$ และ $\Delta\left|V_2^{(1)}\right|$ จาก

$$\begin{bmatrix}\Delta\delta_2^{(1)}\\ \Delta\delta_3^{(1)}\\ \Delta\left|V_2^{(1)}\right|\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}51.724675 & -31.765618 & 21.302567\\ -32.981642 & 65.656383 & -15.379086\\ -28.538577 & 17.402838 & 48.103589\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}-0.099218\\ 0.021715\\ -0.050914\end{bmatrix}$$

$$\Delta\delta_2^{(1)}=-0.001795 \qquad \Delta\left|V_2^{(2)}\right|=-0.001767$$

$$\Delta\delta_3^{(1)}=-0.000985$$

จะได้ค่าต่างๆ จากการ **iteration #2** เป็นดังนี้

$$\delta_2^{(2)}=\delta_2^{(1)}+\Delta\delta_2^{(1)} =(-0.045263)+(-0.001795)$$

$$=-0.047058$$

$$\delta_3^{(2)}=\delta_3^{(1)}+\Delta\delta_3^{(1)} =(-0.007718)+(-0.000985)$$

$$=-0.00870$$

$$\left|V_2^{(2)}\right|=\left|V_2^{(1)}\right|+\Delta\left|V_2^{(1)}\right| =(0.973451)+(-0.001767)$$

$$=0.971684$$

สำหรับการ **iteration #3** จะได้

$$\begin{bmatrix}-0.000216\\ 0.000038\\ -0.000143\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}51.596701 & -31.693866 & 21.147447\\ -32.933865 & 65.597585 & -15.351628\\ -28.548205 & 17.396932 & 47.954870\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta\delta_2^{(2)}\\ \Delta\delta_3^{(2)}\\ \Delta\left|V_2^{(2)}\right|\end{bmatrix}$$

จะได้ $\Delta\delta_2^{(2)}=-0.000038 \qquad \Delta\left|V_2^{(2)}\right|=-0.0000044$

$$\Delta\delta_3^{(2)}=-0.0000024$$

และ

$$\delta_2^{(3)}=(-0.047058)+(-0.0000038)=-0.04706$$

$$\delta_3^{(3)}=(-0.008703)+(-0.0000024)=-0.008705$$

$$\left|V_2^{(2)}\right|=(0.971684)+(-0.0000044)=0.97168$$

พบว่า ผลต่างกำลังไฟฟ้า $< 2.5 \times 10^{-4}$ → คำตอบ *O.K.* แล้ว

จะได้ $V_2=0.97168\angle-2.696^\circ \qquad V_3=1.04\angle-0.4988^\circ$

✓สามารถนำค่าแรงดันบัสต่างๆ ที่ได้ มาหาค่า P_1, Q_1 และ Q_3 ได้จาก

$$P_i=\sum_{j=1}^{N}\left|V_iV_jY_{ij}\right|\cos\left(\theta_{ij}+\delta_j-\delta_i\right)$$

$$P_1=|V_1||V_1||Y_{11}|\cos(\theta_{11}+\delta_1-\delta_1)+|V_1||V_2||Y_{12}|\cos(\theta_{12}+\delta_2-\delta_1)+|V_1||V_3||Y_{13}|\cos(\theta_{13}+\delta_3-\delta_1)$$

$$=2.1842 \quad \text{p.u.}$$

❖ จาก $Q_i = -\sum_{j=1}^{N} |V_i V_j Y_{ij}| \sin(\theta_{ij} + \delta_j - \delta_i)$ จะได้

$$Q_1 = -|V_1||V_1||Y_{11}|\sin(\theta_{11} + \delta_1 - \delta_1) - |V_1||V_2||Y_{12}|\sin(\theta_{12} + \delta_2 - \delta_1) - |V_1||V_3||Y_{13}|\sin(\theta_{13} + \delta_3 - \delta_1)$$

$$= 1.4085 \quad \text{p.u.}$$

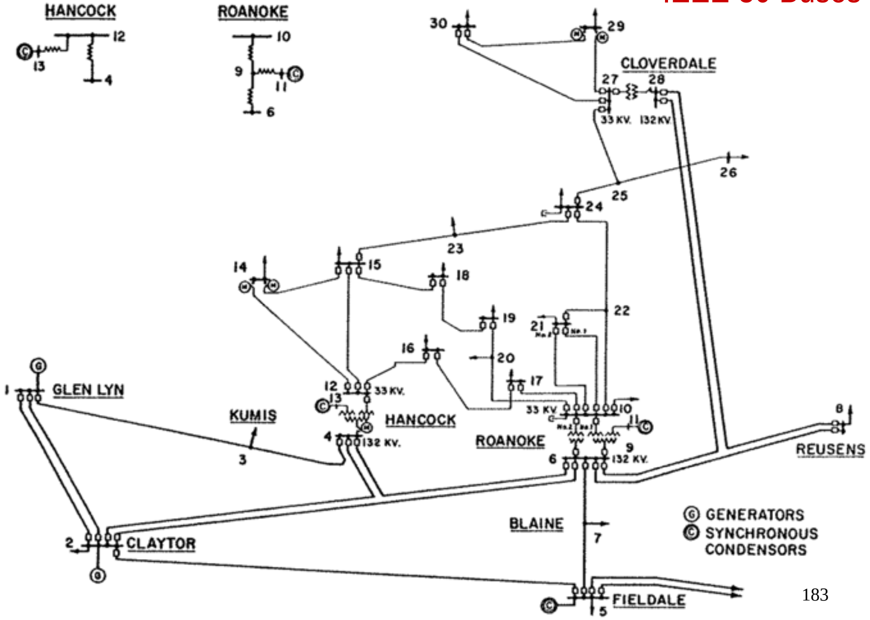
$$Q_3 = -|V_3||V_1||Y_{31}|\sin(\theta_{31} + \delta_1 - \delta_3) - |V_3||V_2||Y_{32}|\sin(\theta_{32} + \delta_2 - \delta_3) - |V_3||V_3||Y_{33}|\sin(\theta_{33} + \delta_3 - \delta_3)$$

$$= 1.4617 \quad \text{p.u.}$$

จากนั้น สามารถหา Line Flows และ Line Loss ได้เหมือนใน ตัวอย่างที่ 5 !!!

การประยุกต์ใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการวิเคราะห์ Power Flow

IEEE 30 Buses



Initial Condition

```
clear          % clears all variables from workspace.
basemva = 100;  accuracy = 0.001; accel = 1.8; maxiter = 100;
%   IEEE 30-BUS TEST SYSTEM (American Electric Power)
%      Bus Bus Voltage Angle --Load--  ---Generator---Injected
%       No code Mag. Degree MW  Mvar   MW  Mvar Qmin Qmax Mvar
busdata=[1  1  1.06    0     0.0  0.0   0.0  0.0   0    0     0
         2  2  1.043   0    21.70 12.7  40.0  0.0 -40   50     0
         3  0  1.0     0     2.4  1.2   0.0  0.0   0    0     0
         4  0  1.06    0     7.6  1.6   0.0  0.0   0    0     0
         5  2  1.01    0    94.2 19.0   0.0  0.0 -40   40     0
         6  0  1.0     0     0.0  0.0   0.0  0.0   0    0     0
         7  0  1.0     0    22.8 10.9   0.0  0.0   0    0     0
         8  2  1.01    0    30.0 30.0   0.0  0.0 -10   40     0
         9  0  1.0     0     0.0  0.0   0.0  0.0   0    0     0
        10  0  1.0     0     5.8  2.0   0.0  0.0   0    0    19
        11  2  1.082   0     0.0  0.0   0.0  0.0  -6   24     0
        12  0  1.0     0    11.2  7.5   0    0     0    0     0
        13  2  1.071   0     0.0  0.0   0    0    -6   24     0
        14  0  1.0     0     6.2  1.6   0    0     0    0     0
        15  0  1.0     0     8.2  2.5   0    0     0    0     0
        16  0  1.0     0     3.5  1.8   0    0     0    0     0
        17  0  1.0     0     9.0  5.8   0    0     0    0     0
        18  0  1.0     0     3.2  0.9   0    0     0    0     0
        19  0  1.0     0     9.5  3.4   0    0     0    0     0
        20  0  1.0     0     2.2  0.7   0    0     0    0     0
        21  0  1.0     0    17.5 11.2   0    0     0    0     0
        22  0  1.0     0     0.0  0.0   0    0     0    0     0
        23  0  1.0     0     3.2  1.6   0    0     0    0     0
        24  0  1.0     0     8.7  6.7   0    0     0    0   4.3
        25  0  1.0     0     0.0  0.0   0    0     0    0     0
        26  0  1.0     0     3.5  2.3   0    0     0    0     0
        27  0  1.0     0     0.0  0.0   0    0     0    0     0
        28  0  1.0     0     0.0  0.0   0    0     0    0     0
        29  0  1.0     0     2.4  0.9   0    0     0    0     0
        30  0  1.0     0    10.6  1.9   0    0     0    0    0];
```

Line Data

```
% Line Data
%
%          Bus   bus   R        X        1/2 B  1 for Line code or
%          nl    nr    pu       pu       pu     tap setting value
linedata=[1     2     0.0192   0.0575   0.02640   1
          1     3     0.0452   0.1852   0.02040   1
          2     4     0.0570   0.1737   0.01840   1
          3     4     0.0132   0.0379   0.00420   1
          2     5     0.0472   0.1983   0.02090   1
          2     6     0.0581   0.1763   0.01870   1
          4     6     0.0119   0.0414   0.00450   1
          5     7     0.0460   0.1160   0.01020   1
          6     7     0.0267   0.0820   0.00850   1
          6     8     0.0120   0.0420   0.00450   1
          6     9     0.0      0.2080   0.0     0.978
          6     10    0.0      0.5560   0.0     0.969
          9     11    0.0      0.2080   0.0       1
          9     10    0.0      0.1100   0.0       1
          4     12    0.0      0.2560   0.0     0.932
          12    13    0.0      0.1400   0.0       1
          12    14    0.1231   0.2559   0.0       1
          12    15    0.0662   0.1304   0.0       1
          12    16    0.0945   0.1987   0.0       1
          14    15    0.2210   0.1997   0.0       1
          16    17    0.0824   0.1923   0.0       1
          15    18    0.1073   0.2185   0.0       1
          18    19    0.0639   0.1292   0.0       1
          19    20    0.0340   0.0680   0.0       1
          10    20    0.0936   0.2090   0.0       1
          10    17    0.0324   0.0845   0.0       1
          10    21    0.0348   0.0749   0.0       1
          10    22    0.0727   0.1499   0.0       1
          21    22    0.0116   0.0236   0.0       1
          15    23    0.1000   0.2020   0.0       1
          22    24    0.1150   0.1790   0.0       1
          23    24    0.1320   0.2700   0.0       1
          24    25    0.1885   0.3292   0.0       1
          25    26    0.2544   0.3800   0.0       1
          25    27    0.1093   0.2087   0.0       1
          28    27    0.0000   0.3960   0.0     0.968
          27    29    0.2198   0.4153   0.0       1
          27    30    0.3202   0.6027   0.0       1
          29    30    0.2399   0.4533   0.0       1
          8     28    0.0636   0.2000   0.0214    1
          6     28    0.0169   0.0599   0.065     1];
```


Gauss – Seidel Method

Power Flow Solution by Gauss-Seidel Method
Maximum Power mismatch = 0.000951884
No. of iterations = 34

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load----- MW	Mvar	--Generation-- MW	Mvar	Injected Mvar
1	1.060	0.000	0.000	0.000	260.950	-17.010	0.00
2	1.043	-5.496	21.700	12.700	40.000	48.826	0.00
3	1.022	-8.002	2.400	1.200	0.000	0.000	0.00
4	1.013	-9.659	7.600	1.600	0.000	0.000	0.00
5	1.010	-14.380	94.200	19.000	0.000	35.995	0.00
6	1.012	-11.396	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
7	1.003	-13.149	22.800	10.900	0.000	0.000	0.00
8	1.010	-12.114	30.000	30.000	0.000	30.759	0.00
9	1.051	-14.432	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
10	1.044	-16.024	5.800	2.000	0.000	0.000	19.00
11	1.082	-14.432	0.000	0.000	0.000	16.113	0.00
12	1.057	-15.301	11.200	7.500	0.000	0.000	0.00
13	1.071	-15.300	0.000	0.000	0.000	10.406	0.00
14	1.043	-16.190	6.200	1.600	0.000	0.000	0.00
15	1.038	-16.276	8.200	2.500	0.000	0.000	0.00
16	1.045	-15.879	3.500	1.800	0.000	0.000	0.00
17	1.039	-16.187	9.000	5.800	0.000	0.000	0.00
18	1.028	-16.881	3.200	0.900	0.000	0.000	0.00
19	1.025	-17.049	9.500	3.400	0.000	0.000	0.00
20	1.029	-16.851	2.200	0.700	0.000	0.000	0.00
21	1.032	-16.468	17.500	11.200	0.000	0.000	0.00
22	1.033	-16.455	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
23	1.027	-16.660	3.200	1.600	0.000	0.000	0.00
24	1.022	-16.829	8.700	6.700	0.000	0.000	4.30
25	1.019	-16.423	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
26	1.001	-16.835	3.500	2.300	0.000	0.000	0.00
27	1.026	-15.913	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
28	1.011	-12.056	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
29	1.006	-17.133	2.400	0.900	0.000	0.000	0.00
30	0.994	-18.016	10.600	1.900	0.000	0.000	0.00
Total			283.400	126.200	300.950	125.089	23.30

Newton – Raphson Method

Power Flow Solution by Newton-Raphson Method
Maximum Power mismatch = 7.54898e-07
No. of iterations = 4

Bus No.	Voltage Mag.	Angle Degree	-----Load----- MW	Mvar	--Generation-- MW	Mvar	Injected Mvar
1	1.060	0.000	0.000	0.000	260.998	-17.021	0.00
2	1.043	-5.497	21.700	12.700	40.000	48.822	0.00
3	1.022	-8.004	2.400	1.200	0.000	0.000	0.00
4	1.013	-9.661	7.600	1.600	0.000	0.000	0.00
5	1.010	-14.381	94.200	19.000	0.000	35.975	0.00
6	1.012	-11.398	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
7	1.003	-13.150	22.800	10.900	0.000	0.000	0.00
8	1.010	-12.115	30.000	30.000	0.000	30.826	0.00
9	1.051	-14.434	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
10	1.044	-16.024	5.800	2.000	0.000	0.000	19.00
11	1.082	-14.434	0.000	0.000	0.000	16.119	0.00
12	1.057	-15.302	11.200	7.500	0.000	0.000	0.00
13	1.071	-15.302	0.000	0.000	0.000	10.423	0.00
14	1.042	-16.191	6.200	1.600	0.000	0.000	0.00
15	1.038	-16.278	8.200	2.500	0.000	0.000	0.00
16	1.045	-15.880	3.500	1.800	0.000	0.000	0.00
17	1.039	-16.188	9.000	5.800	0.000	0.000	0.00
18	1.028	-16.884	3.200	0.900	0.000	0.000	0.00
19	1.025	-17.052	9.500	3.400	0.000	0.000	0.00
20	1.029	-16.852	2.200	0.700	0.000	0.000	0.00
21	1.032	-16.468	17.500	11.200	0.000	0.000	0.00
22	1.033	-16.455	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
23	1.027	-16.662	3.200	1.600	0.000	0.000	0.00
24	1.022	-16.830	8.700	6.700	0.000	0.000	4.30
25	1.019	-16.424	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
26	1.001	-16.842	3.500	2.300	0.000	0.000	0.00
27	1.026	-15.912	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
28	1.011	-12.057	0.000	0.000	0.000	0.000	0.00
29	1.006	-17.136	2.400	0.900	0.000	0.000	0.00
30	0.995	-18.015	10.600	1.900	0.000	0.000	0.00
Total			283.400	126.200	300.998	125.144	23.30

IEEE 118 Buses