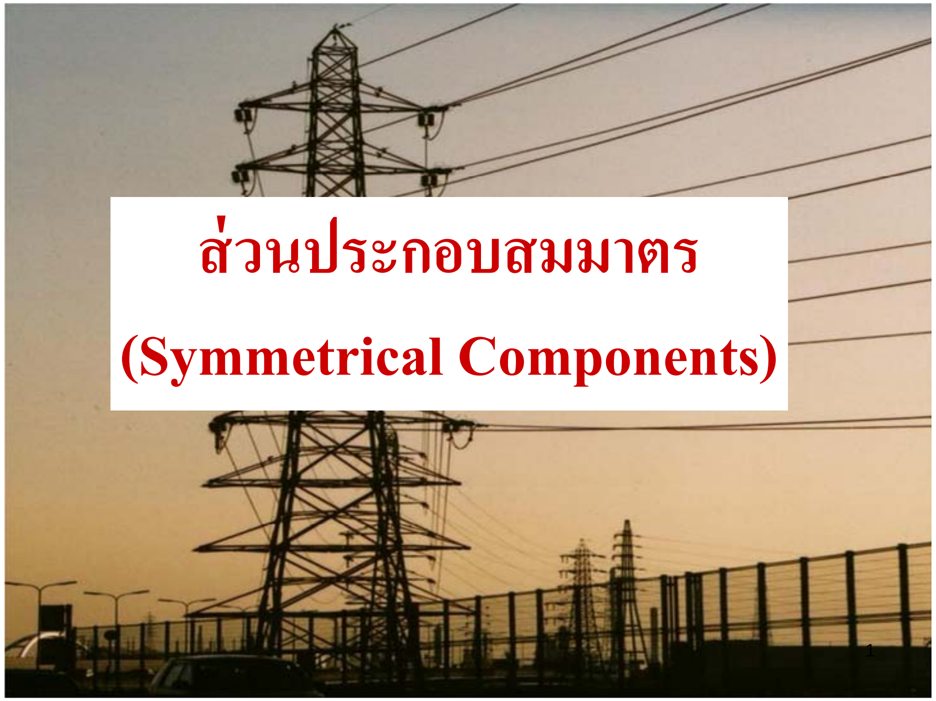


ส่วนประกอบสมมาตร

(Symmetrical Components)

ส่วนประกอบสมมาตร (Symmetrical Components)

- คิดค้นโดย **C.L. Fortescue** เมื่อปี ค.ศ. 1918
- เป็นเครื่องมือใช้วิเคราะห์วงจรหลายเฟสที่ไม่สมดุลย์
- นำไปประยุกต์ใช้วิเคราะห์ฟอลต์ไม่สมมาตรในระบบสายส่งไฟฟ้า

หลักการสังเคราะห์เฟสเซอร์ที่ไม่สมมาตร

Fortesque ได้เสนอหลักการสังเคราะห์ว่า

เฟสเซอร์ที่ไม่สมมาตรแบบ n เฟส สามารถแยกส่วนประกอบเป็นเฟสเซอร์สมมาตร n ส่วนได้ เรียกว่า

"ส่วนประกอบสมมาตรของเฟสเซอร์เดิม"

❖ระบบ 3 เฟสไม่สมมาตร → แยกเป็นส่วนประกอบสมมาตร 3 ส่วน

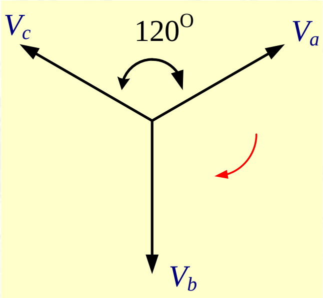
ส่วนประกอบสมมาตรของระบบ 3 เฟส

ระบบ 3 เฟส แยกส่วนประกอบสมมาตรเป็น 3 ส่วนคือ

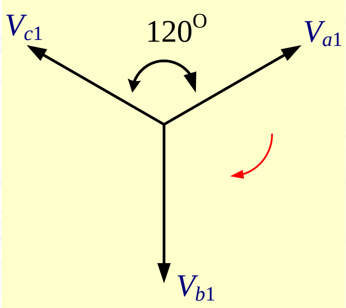
1. **ส่วนประกอบลำดับบวก (Positive - Sequence Components)**
2. **ส่วนประกอบลำดับลบ (Negative - Sequence Components)**
3. **ส่วนประกอบลำดับศูนย์ (Zero - Sequence Components)**

ส่วนประกอบลำดับบวก (Positive – Sequence Comp.)

• ส่วนประกอบ 3 เฟส ที่มีขนาดเท่ากันทั้ง 3 เฟส และมีมุมต่างเฟสเท่ากันเท่ากับ 120° มีลำดับเฟส (phase sequence) เหมือนกับเฟสเดิม (original phasor)



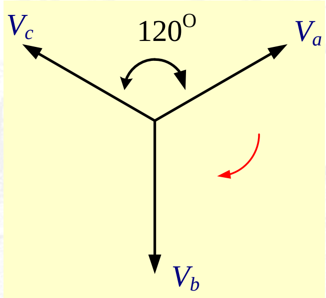
Original phasor



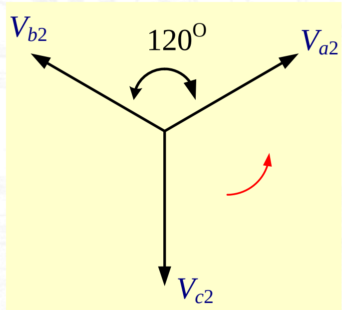
Positve-Phase Sequence

ส่วนประกอบลำดับลบ (Negative – Sequence Comp.)

• ส่วนประกอบ 3 เฟส ที่มีขนาดเท่ากันทั้ง 3 เฟส และมีมุมต่างเฟสเท่ากันเท่ากับ 120° มีลำดับเฟส (phase sequence) ตรงข้ามกับเฟสเดิม (original phasor)



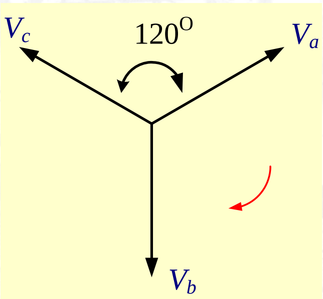
Original phasor



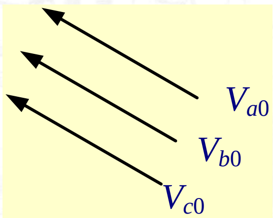
Negative - Phase Sequence

ส่วนประกอบลำดับศูนย์ (Zero – Sequence Comp.)

• ส่วนประกอบ 3 เฟส ที่มีขนาดเท่ากันทั้ง 3 เฟส และมีมุมต่างเฟสเท่ากันเท่ากับ 0° (มีทิศทางไปทางเดียวกัน)



Original phasor



Zero Sequence

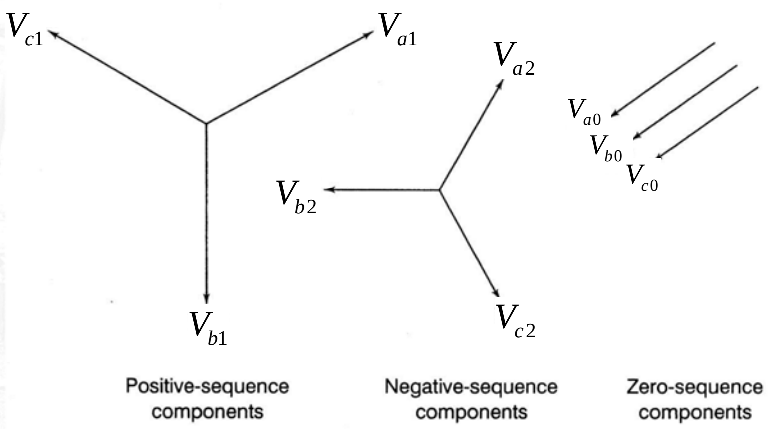
• แต่ละเฟสของเฟสเซอร์เดิมที่ไม่สมดุล จะเป็นผลบวกของส่วนประกอบสมมาตร ของตัวมัน สามารถแสดงได้เป็น

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

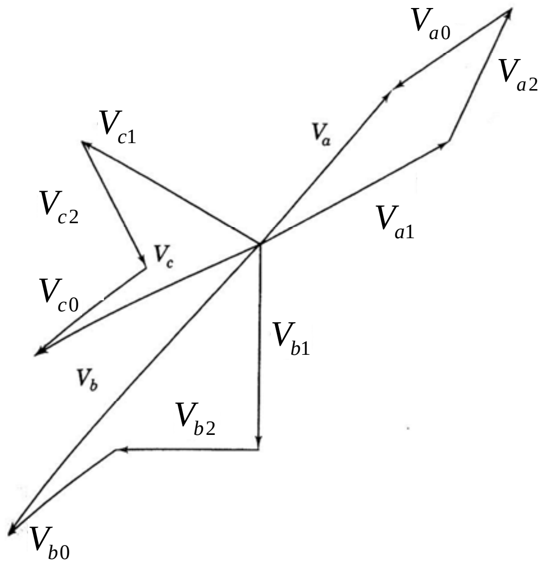
$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$

ส่วนประกอบสมมาตรแต่ละลำดับ



ผลรวมทางเวกเตอร์ของส่วนประกอบสมมาตร



ตัวกระทำ (Operator)

- ใช้เพื่อความสะดวกในการเขียนความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์ที่มุมเฟสต่างกัน 120° (ระบบไฟฟ้า 3 เฟส)
- Operator เป็นเฟสเซอร์ขนาด 1 หน่วย และมีค่ามุมเฟส θ
- เมื่อนำ Operator ไปคูณกับเฟสเซอร์ใด มุมเฟสของเฟสเซอร์ก็จะเคลื่อนไปเป็นมุม θ

ตัวกระทำ *j* (*j* – Operator)

เป็นเวกเตอร์ 1 หน่วย (Unit Vector) ขนาด = 1, มุมเฟส = 90°

$$j = 1\angle 90^\circ = \sqrt{-1}$$

$$j^2 = 1\angle 180^\circ = -1$$

$$j^3 = 1\angle 270^\circ = -j$$

$$j^4 = 1\angle 360^\circ = 1$$

เมื่อนำไปคูณกับเฟสเซอร์ใด ก็จะทำให้เฟสเซอร์นั้นเคลื่อนที่ไป 90°

ตัวกระทำ *a* (*a* – Operator)

• มาจากการที่ระบบ 3 เฟสสมดุล มีแรงดันและกระแสแต่ละเฟสทำมุมกัน 120^{o}

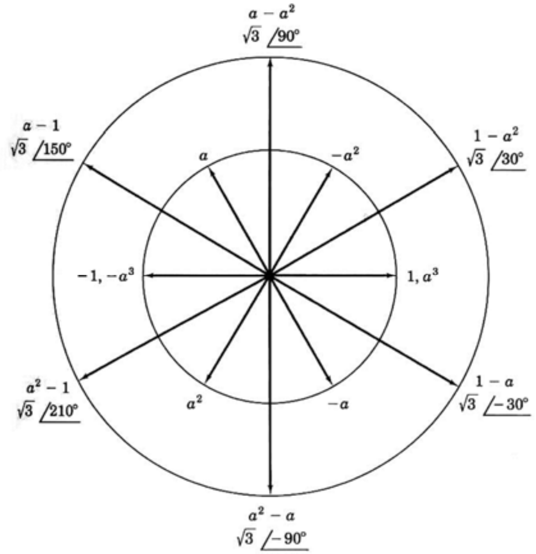
• สามารถให้ a แทนการหมุนของมุม 120^{o} ในทิศทวนเข็ม (CCW)

$$a = 1\angle 120^\circ \quad = 1e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad = -0.5 + j0.866$$

$$a^2 = 1\angle 240^\circ \quad = 1e^{j\frac{4\pi}{3}} \quad = -0.5 - j0.866$$

$$a^3 = 1\angle 360^\circ \quad = 1e^{j2\pi} \quad = 1 + j0 \quad = 1\angle 0^\circ$$

จะได้ $\boxed{1 + a + a^2 = 0}$ เขียนเฟสเซอร์ของผลคูณและฟังชันของ a ได้



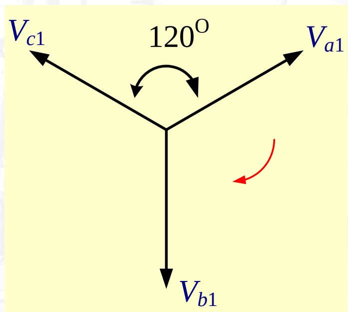
ส่วนประกอบขององค์ประกอบสมมาตร ในรูปโอเปอเรเตอร์ *a*

• แก้ปัญหาเฟสเซอร์ที่ไม่สมมาตร 3 เฟส โดยใช้ส่วนประกอบที่สมมาตร

• มีการใช้โอเปอเรเตอร์ a ช่วยวิเคราะห์ เพื่อลดความยุ่งยากจากการใช้เฟสเซอร์ไดอะแกรม

ส่วนประกอบลำดับบวก (Positive – Sequence Comp.)

จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมของส่วนประกอบลำดับบวก จะได้



$$|V_{a1}| = |V_{b1}| = |V_{c1}|$$

$$V_{a1} = |V_{a1}|\angle 0^\circ$$

$$V_{c1} = |V_{c1}|\angle 120^\circ$$

$$= (1\angle 120^\circ) \times (|V_{a1}|\angle 0^\circ)$$

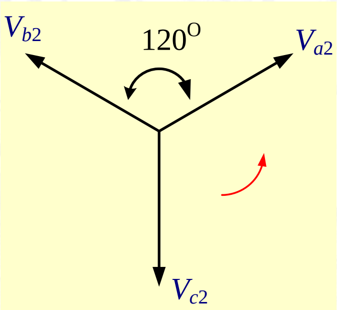
$$= aV_{a1}$$

$$V_{b1} = |V_{b1}|\angle 240^\circ$$

$$= a^2 V_{a1}$$

ส่วนประกอบลำดับลบ (Negative – Sequence Comp.)

จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมของส่วนประกอบลำดับลบ จะได้



$$|V_{a1}| = |V_{b1}| = |V_{c1}|$$

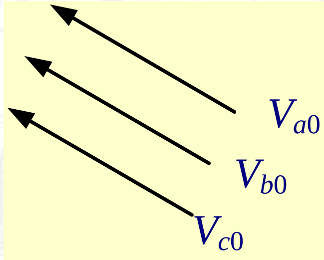
$$V_{a2} = |V_{a2}|\angle 0°$$

$$V_{b2} = |V_{b2}|\angle 120°$$
$$= (1\angle 120°)\times(|V_{a1}|\angle 0°)$$
$$= aV_{a1}$$

$$V_{c1} = |V_{c1}|\angle 240°$$
$$= a^2V_{a1}$$

ส่วนประกอบลำดับศูนย์ (Zero – Sequence Comp.)

จากเฟสเซอร์ไดอะแกรมของส่วนประกอบลำดับศูนย์ จะได้



$$|V_{a1}| = |V_{b1}| = |V_{c1}|$$

$$V_{a0} = |V_{a0}|\angle 0°$$

$$V_{b0} = |V_{b0}|\angle 0°$$
$$= |V_{a0}|\angle 0°$$
$$= V_{a0}$$

$$V_{c0} = V_{a0}$$

เขียนความสัมพันธ์ของเฟสเซอร์แต่ละเฟส กับผลรวมส่วนประกอบสมมาตร ได้เป็น

เดิม

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$
$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}$$
$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$

ใหม่

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$
$$V_b = a^2V_{a1} + aV_{a2} + V_{a0}$$
$$V_c = aV_{a1} + a^2V_{a2} + V_{a0}$$

หาส่วนประกอบสมมาตรเฟสเดียว จะได้คำตอบทั้งหมด

จาก

$$V_a = V_{a0} + V_{a1} + V_{a2}$$
$$V_b = V_{a0} + a^2V_{a1} + aV_{a2}$$
$$V_c = V_{a0} + aV_{a1} + a^2V_{a2}$$

❖ เขียนในรูปเมตริกซ์ ได้เป็น

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{V}^{abc} = \mathrm{AV}_a^{012}$$

ในการวิเคราะห์ระบบไฟฟ้ากำลัง 3 เฟสไม่สมดุล ปกติจะทราบค่า V_a, V_b และ V_c (Original Phasors) ต้องหาค่า V_{a0}, V_{a1}, V_{a2} (Symmetrical Components)

จะได้

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \qquad \mathrm{V}_a^{012} = \mathrm{A}^{-1}\mathrm{V}^{abc}$$

$$= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \qquad \mathrm{V}_a^{012} = \frac{1}{3}\mathrm{A}^{*}\mathrm{V}^{abc}$$

จาก

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

➢เขียนเป็นสมการทั่วไปได้เป็น

$$V_{a0} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c)$$

$$V_{a1} = \frac{1}{3}(V_a + aV_b + a^2V_c)$$

$$V_{a2} = \frac{1}{3}(V_a + a^2V_b + aV_c)$$

ส่วนประกอบสมมาตรของแรงดันเฟส A

•กระแสในระบบ จะมีความสัมพันธ์เป็น

จาก

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \qquad \mathrm{I}^{abc} = \mathrm{A}\mathrm{I}_a^{012}$$

จะได้

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \qquad \mathrm{I}_a^{012} = \mathrm{A}^{-1}\mathrm{I}^{abc} = \frac{1}{3}\mathrm{A}^{*}\mathrm{I}^{abc}$$

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

เขียนส่วนประกอบสมมาตรของกระแสเป็นสมการทั่วไป ได้เป็น

$$I_{a0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c)$$

$$I_{a1} = \frac{1}{3}(I_a + aI_b + a^2I_c)$$

$$I_{a2} = \frac{1}{3}(I_a + a^2I_b + aI_c)$$

ส่วนประกอบสมมาตรของกระแสเฟส A

กำลังไฟฟ้าปรากฏ ในเทอมของส่วนประกอบสมมาตร

ค่ากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน ที่ไหลเข้าวงจร 3 เฟส หาจาก

$$S_{(3\phi)} = P + jQ$$

$$= V_a I_a^* + V_b I_b^* + V_c I_c^*$$

เมื่อ V_a, V_b, V_c - แรงดันเฟส (ระหว่างสายกับนิวทรัล)

I_a, I_b, I_c - กระแสเฟส

จะได้

$$S_{(3\phi)} = \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^*$$

จากส่วนประกอบสมมาตร

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$S_{(3\phi)} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} \right\}^T \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} \right\}^*$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix}^T \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^* \cdot \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}^*$$

$$= \begin{bmatrix} V_{a0} & V_{a1} & V_{a2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}^*$$

จาก

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

[1]

จะได้

$$S_{(3\phi)} = 3 \begin{bmatrix} V_{a0} & V_{a1} & V_{a2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}^* = 3\left(\mathrm{V}_a^{012^T} \mathrm{I}_a^{012^*} \right)$$

กำลังไฟฟ้าเชิงซ้อน มีค่าเท่ากับ

$$S_{(3\phi)} = 3\left(V_{a0} I_{a0}^* + V_{a1} I_{a1}^* + V_{a2} I_{a2}^* \right)$$

**** สามารถหากำลังไฟฟ้าเชิงซ้อนของระบบ 3 เฟสไม่สมดุล ได้จากส่วนประกอบสมมาตร**

กำลังไฟฟ้าปรากฏ ในเทอมของสมมาตร

กำลังไฟฟ้าปรากฏ 1 เฟส $S_{(1\phi)} = V.I^*$

กำลังไฟฟ้าปรากฏ 3 เฟส $S_{(3\phi)} = V_a.I_a^* + V_b.I_b^* + V_c.I_c^*$

$$S_{(3\phi)} = \begin{bmatrix} V_a & V_b & V_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}^* \longrightarrow S_{(3\phi)} = V^{abc^T} I^{abc*}$$

จาก $S_{(3\phi)} = V^{abc^T} I^{abc*}$ ทำเป็นส่วนประกอบสมมาตร

$$S_{(3\phi)} = \mathrm{V}^{abc^T} \mathrm{I}^{abc*} = \left(\mathrm{A}\mathrm{V}_a^{012}\right)^T \left(\mathrm{A}\mathrm{I}_a^{012}\right)^*$$

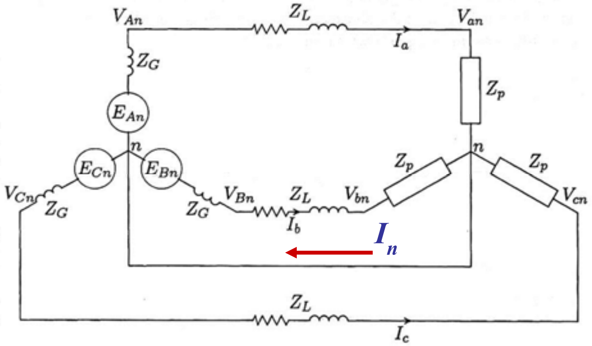
$$= \mathrm{V}_a^{012^T} \mathrm{A}^T \mathrm{A}^* \mathrm{I}_a^{012^*}$$

โดยที่ $\mathrm{A}^T = \mathrm{A}$ และ $\mathrm{A}^T\mathrm{A}^* = 3$ จะได้

$$S_{(3\phi)} = 3\left(\mathrm{V}_a^{012^T} \mathrm{I}_a^{012^*}\right)$$

$$S_{(3\phi)} = 3V_{a0}.I_{a0}^* + 3V_{a1}.I_{a1}^* + 3V_{a2}.I_{a2}^*$$

ระบบไฟฟ้ากำลัง 3 เฟส 4 สาย



จะได้ $I_n = I_a + I_b + I_c$

$= 3I_{a0}$

$$I_a = I_{a0} + I_{a1} + I_{a2}$$
$$I_b = I_{a0} + a^2 I_{a1} + a I_{a2}$$
$$I_c = I_{a0} + a I_{a1} + a^2 I_{a2}$$
$$3I_{a0} + 0 + 0$$

กระแสนิวทรัล มาจากกระแสลำดับศูนย์

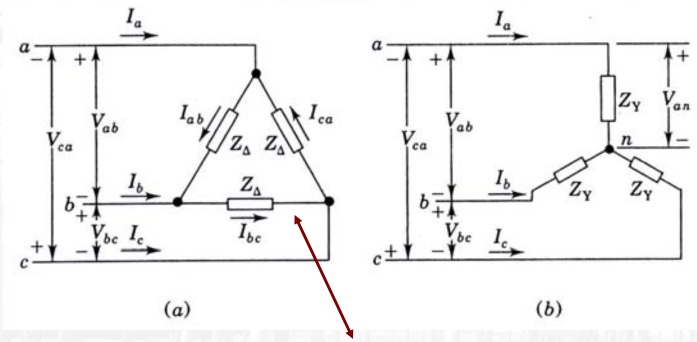
ระบบไฟฟ้ากำลัง 3 เฟส 3 สาย

- ไม่มีทางไหลของกระแสสู่นิวทรัล → ไม่มีส่วนประกอบลำดับศูนย์

ระบบไฟฟ้าโหลดต่อแบบ Δ

- ไม่มีทางไหลของกระแสสู่นิวทรัล → ไม่มีส่วนประกอบลำดับศูนย์

ส่วนประกอบสมมาตร ในวงจรแบบ Y และ △



KCL

$$I_a = I_{ab} - I_{ca}$$

$$I_b = I_{bc} - I_{ab}$$

$$I_c = I_{ca} - I_{bc}$$

จาก $I_n = I_a + I_b + I_c = 3I_{a0}$ จะได้

$$I_{a0} = \frac{(I_a + I_b + I_c)}{3} = 0$$

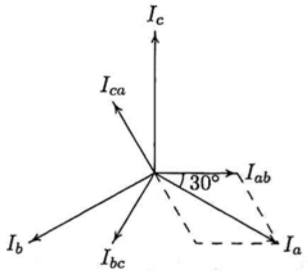
****ไม่มีกระแสลำดับศูนย์ ในวงจรแบบ Delta****

❖ จากสมการกระแส I_a พบว่า

$$I_{a1} + I_{a2} = \left(I_{ab}^{(0)} + I_{ab}^{(1)} + I_{ab}^{(2)}\right) - \left(I_{ca}^{(0)} + I_{ca}^{(1)} + I_{ca}^{(2)}\right)$$

$$= \underbrace{\left(I_{ab}^{(0)} - I_{ca}^{(0)}\right)}_{0} + \left(I_{ab}^{(1)} - I_{ca}^{(1)}\right) + \left(I_{ab}^{(2)} - I_{ca}^{(2)}\right)$$

❖ จากความสัมพันธ์ของกระแส ของวงจรแบบ Delta พบว่า



$$I_{ca}^{(1)} = aI_{ab}^{(1)}$$

$$I_{ca}^{(2)} = a^2 I_{ab}^{(2)}$$

จะได้

$$I_{a1} + I_{a2} = \left(I_{ab}^{(1)} - I_{ca}^{(1)}\right) + \left(I_{ab}^{(2)} - I_{ca}^{(2)}\right)$$

$$= (1-a)I_{ab}^{(1)} + \left(1-a^2\right)I_{ab}^{(2)}$$

$$= \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)I_{ab}^{(1)} + \left(\sqrt{3}\angle 30^\circ\right)I_{ab}^{(2)}$$

❖ กระแสที่เฟสอื่นๆ ก็จะหาได้ในทำนองเดียวกัน

$$I_{b1} + I_{b2} = (1-a)I_{bc}^{(1)} + \left(1-a^2\right)I_{bc}^{(2)}$$

$$= \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)I_{bc}^{(1)} + \left(\sqrt{3}\angle 30^\circ\right)I_{bc}^{(2)}$$

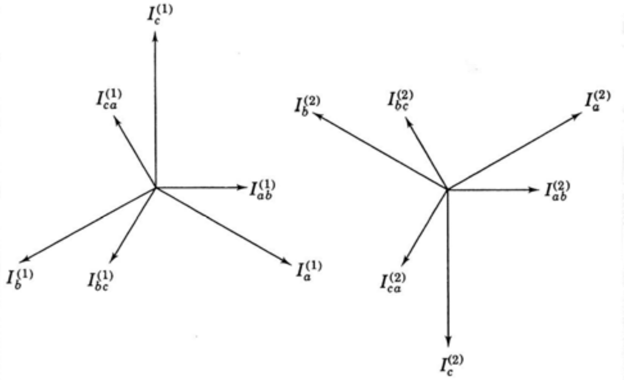
$$I_{c1} + I_{c2} = (1-a)I_{ca}^{(1)} + \left(1-a^2\right)I_{ca}^{(2)}$$

$$= \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)I_{ca}^{(1)} + \left(\sqrt{3}\angle 30^\circ\right)I_{ca}^{(2)}$$

$$I_{a1} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right) I_{ab}^{(1)} \qquad I_{a2} = \left(\sqrt{3}\angle 30^\circ\right) I_{ab}^{(2)}$$

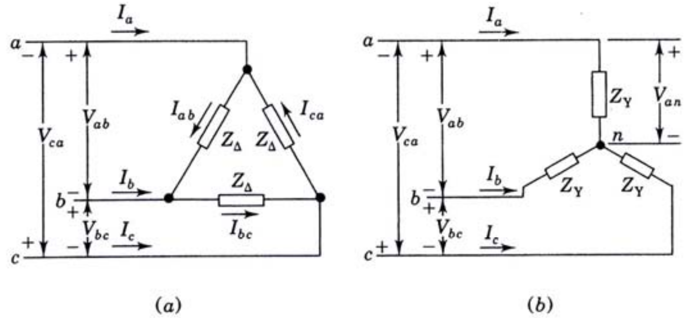
$$I_{b1} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right) I_{bc}^{(1)} \qquad I_{b2} = \left(\sqrt{3}\angle 30^\circ\right) I_{bc}^{(2)}$$

$$I_{c1} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right) I_{ca}^{(1)} \qquad I_{c2} = \left(\sqrt{3}\angle 30^\circ\right) I_{ca}^{(2)}$$



Positive-sequence components   Negative-sequence components

ความสัมพันธ์ของแรงดัน :



KVL

$$V_{ab} = V_{an} - V_{bn}$$

$$V_{bc} = V_{bn} - V_{cn}$$

$$V_{ca} = V_{cn} - V_{an}$$

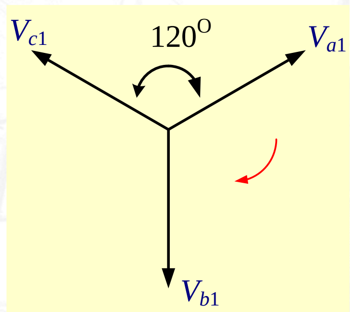
พบว่า $V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 3V_{ab}^{(0)} \quad = 0 \longleftarrow \quad V_{ab}^{(0)} = 0$

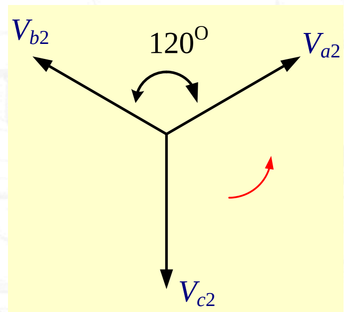
****ไม่มีแรงดันระหว่างสายลำดับศูนย์ ในวงจรแบบ Delta****

❖ จากสมการกระแส V_{ab} พบว่า

$$V_{ab}^{(1)} + V_{ab}^{(2)} = \left(V_{an}^{(0)} + V_{an}^{(1)} + V_{an}^{(2)}\right) - \left(V_{bn}^{(0)} + V_{bn}^{(1)} + V_{bn}^{(2)}\right)$$

$$= \underbrace{\left(V_{an}^{(0)} - V_{bn}^{(0)}\right)}_{0} + \left(V_{an}^{(1)} - V_{bn}^{(1)}\right) + \left(V_{an}^{(2)} - V_{bn}^{(2)}\right)$$





$$V_{bn}^{(1)} = a^2 V_{an}^{(1)} \qquad V_{bn}^{(2)} = a V_{an}^{(1)}$$

$$V_{ab}^{(1)} + V_{ab}^{(2)} = \left(V_{an}^{(1)} - V_{bn}^{(1)}\right) + \left(V_{an}^{(2)} - V_{bn}^{(2)}\right)$$

$$= \left(1 - a^2\right)V_{an}^{(1)} + \left(1 - a\right)V_{an}^{(2)}$$

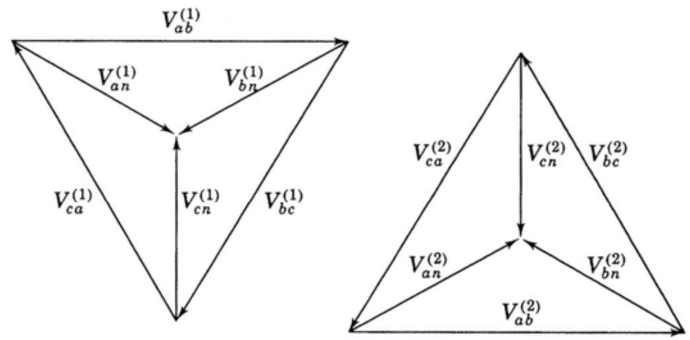
$$= \left(\sqrt{3}\angle 30^\circ\right)V_{an}^{(1)} + \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)V_{an}^{(2)}$$

จะได้

$$V_{ab}^{(1)} = \left(\sqrt{3}\angle 30^\circ\right)V_{an}^{(1)}$$

$$V_{ab}^{(2)} = \left(\sqrt{3}\angle -30^\circ\right)V_{an}^{(2)}$$

เฟสเซอร์ไดอะแกรม



Positive-sequence components

Negative-sequence components

สามารถหาอิมพีแดนซ์ของวงจรแบบ Delta ได้จาก

$$\frac{V_{ab}^{(1)}}{I_{ab}^{(1)}} = Z_\Delta = \frac{V_{ab}^{(2)}}{I_{ab}^{(2)}}$$

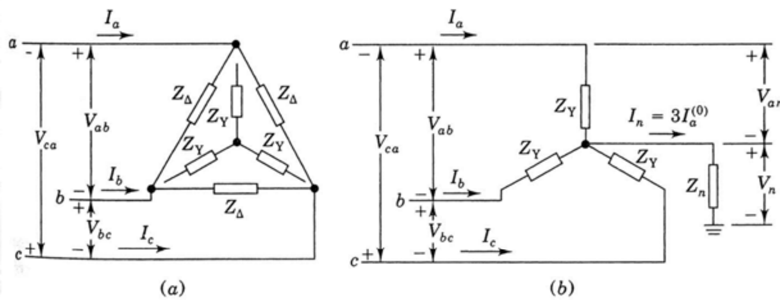
- No source
- No coupling inside

Delta Circuit

$$\frac{\sqrt{3}V_{an}^{(1)}\angle 30^\circ}{\frac{I_a^{(1)}}{\sqrt{3}}\angle 30^\circ} = Z_\Delta = \frac{\sqrt{3}V_{an}^{(2)}\angle 30^\circ}{\frac{I_a^{(2)}}{\sqrt{3}}\angle 30^\circ}$$

$$\frac{V_{an}^{(1)}}{I_a^{(1)}} = \frac{Z_\Delta}{3} = \frac{V_{an}^{(2)}}{I_a^{(2)}}$$

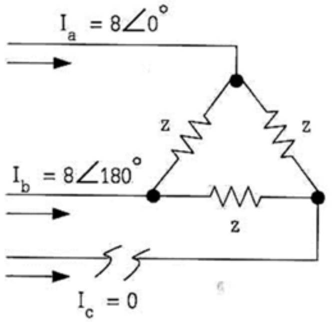
$$Z_Y = Z_\Delta/3$$



นำความสัมพันธ์ระหว่างวงจรแบบ Y และ Delta มาใช้วิเคราะห์ส่วนประกอบสมมาตรของหม้อแปลงแบบ Y - Δ ได้

ตัวอย่างที่ 1

จากวงจรระบบ 3 เฟสในรูป โหลดต่อแบบ Δ ถ้าโหลดเฟส c ขาด โดยมีกระแสในเฟส a และ b เท่ากับ 8 A. (ให้กระแสเฟส a เป็นกระแสอ้างอิง) จงหาส่วนประกอบสมมาตรของกระแสในระบบ



กระแสในสาย $\boxed{I_a = 8\angle 0^\circ}$ $\boxed{I_b = 8\angle 180^\circ}$ $\boxed{I_c = 0}$

จาก

$$\begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

จะได้

$$I_{a0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c)$$

$$= \frac{1}{3}(8\angle 0^\circ + 8\angle 180^\circ + 0) \qquad = 0 \text{ A.}$$

$$I_{a1} = \frac{1}{3}\left(I_a + aI_b + a^2 I_c\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(8\angle 0^\circ + 8\angle(180^\circ + 120^\circ) + 0\right)$$

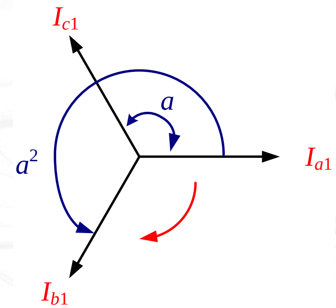
$$= 4 - j2.31 \qquad = 4.62\angle -30^\circ \quad \text{A.}$$

$$I_{a2} = \frac{1}{3}\left(I_a + a^2 I_b + aI_c\right)$$

$$= \frac{1}{3}\left(8\angle 0^\circ + 8\angle(180^\circ + 240^\circ) + 0\right)$$

$$= 4 + j2.31 \qquad = 4.62\angle 30^\circ \quad \text{A.}$$

ส่วนประกอบลำดับบวก



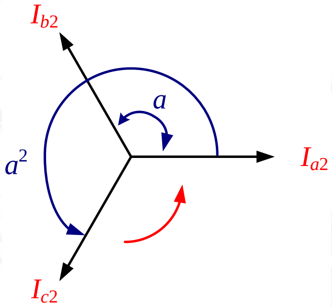
$$I_{c1} = aI_{a1} \qquad = 4.62\angle(-30^\circ + 120^\circ)$$

$$= 4.62\angle 90^\circ \quad \text{A.}$$

$$I_{b1} = a^2 I_{a1} \qquad = 4.62\angle(-30^\circ + 240^\circ)$$

$$= 4.62\angle 210^\circ \quad \text{A.} \quad (4.62\angle -150^\circ)$$

ส่วนประกอบลำดับลบ



$I_{b2} = aI_{a2}$ $= 4.62\angle(30° + 120°)$

$= 4.62\angle 150°$ A.

$I_{c2} = a^2 I_{a2}$ $= 4.62\angle(30° + 240°)$

$= 4.62\angle 270°$ A. $(4.62\angle -90°)$

ส่วนประกอบลำดับศูนย์

$$I_{a0} = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) = 0$$

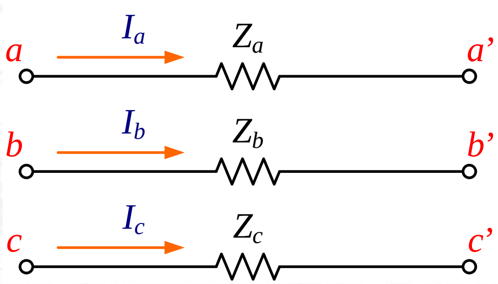
$I_{c0} = I_{b0} = I_{a0}$ $= 0$ ← ขนาดเท่ากัน มุมเฟสเท่ากัน

สรุปได้ว่า

- แม้สายเฟส C จะขาด ยังหาค่ากระแส I_{c1}, I_{c2} ได้
- ผลรวมของ I_{c1}, I_{c2}, I_{c0} จะเท่ากับ 0 → ไม่มีกระแสไหลในเฟส C

อิมพีแดนซ์อนุกรมแบบไม่สมมาตร

การเกิดภาวะไม่สมดุลในระบบ 3 เฟส อาจเกิดจากที่โหลดไม่สมดุล เช่น ในวงจรมีค่าอิมพีแดนซ์ของโหลดในแต่ละเฟสไม่เท่ากัน



พบว่า $V_{aa'} = Z_a I_a$ $V_{bb'} = Z_b I_b$ $V_{cc'} = Z_c I_c$

สมมติให้ไม่มีการคัปปลิงระหว่างอิมพีแดนซ์ เขียนในรูปเมตริกได้เป็น

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

เขียนในเทอมส่วนประกอบสมมาตรได้เป็น

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{aa'0} \\ V_{aa'1} \\ V_{aa'2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

จะได้

$$\begin{bmatrix} V_{aa'0} \\ V_{aa'1} \\ V_{aa'2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{aa'0} \\ V_{aa'1} \\ V_{aa'2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_a & 0 & 0 \\ 0 & Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

เขียนในรูปสมการได้เป็น

$$V_{aa'1} = \frac{1}{3} I_{a1}\left(Z_a + Z_b + Z_c\right) + \frac{1}{3} I_{a2}\left(Z_a + a^2 Z_b + aZ_c\right) + \frac{1}{3} I_{a0}\left(Z_a + aZ_b + a^2 Z_c\right)$$

$$V_{aa'2} = \frac{1}{3} I_{a1}\left(Z_a + aZ_b + a^2 Z_c\right) + \frac{1}{3} I_{a2}\left(Z_a + Z_b + Z_c\right) + \frac{1}{3} I_{a0}\left(Z_a + a^2 Z_b + aZ_c\right)$$

$$V_{aa'0} = \frac{1}{3} I_{a1}\left(Z_a + a^2 Z_b + aZ_c\right) + \frac{1}{3} I_{a2}\left(Z_a + aZ_b + a^2 Z_c\right) + \frac{1}{3} I_{a0}\left(Z_a + Z_b + Z_c\right)$$

ถ้าอิมพีแดนซ์มีขนาดเท่ากัน $Z_a = Z_b = Z_c = Z_S$ จะได้

$$V_{aa'1} = \frac{1}{3} I_{a1}\left(Z_S + Z_S + Z_S\right) + \frac{1}{3} I_{a2}\left(Z_S + a^2 Z_S + aZ_S\right) + \frac{1}{3} I_{a0}\left(Z_S + aZ_S + a^2 Z_S\right)$$

$$V_{aa'2} = \frac{1}{3} I_{a1}\left(Z_S + aZ_S + a^2 Z_S\right) + \frac{1}{3} I_{a2}\left(Z_S + Z_S + Z_S\right) + \frac{1}{3} I_{a0}\left(Z_S + a^2 Z_S + aZ_S\right)$$

$$V_{aa'0} = \frac{1}{3} I_{a1}\left(Z_S + a^2 Z_S + aZ_S\right) + \frac{1}{3} I_{a2}\left(Z_S + aZ_S + a^2 Z_S\right) + \frac{1}{3} I_{a0}\left(Z_S + Z_S + Z_S\right)$$

จะได้

$$V_{aa'0} = I_{a0} Z_S$$

$$V_{aa'1} = I_{a1} Z_S$$

$$V_{aa'2} = I_{a2} Z_S$$

เขียนในรูปเมตริกได้เป็น

Sequence Impedance

$$\begin{bmatrix} V_{aa'0} \\ V_{aa'1} \\ V_{aa'2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_S & 0 & 0 \\ 0 & Z_S & 0 \\ 0 & 0 & Z_S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{V}_{aa'}^{012} = \mathrm{Z}^{012} \mathrm{I}_a^{012}$$

อิมพีแดนซ์ลำดับ (Sequence Impedance)

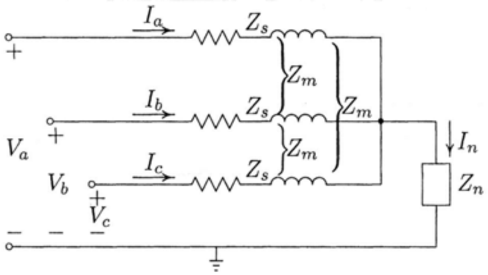
- ค่าแรงดันตก จะเกิดจากกระแสที่ไหลอิมพีแดนซ์ในส่วนต่างๆ โดยค่าอิมพีแดนซ์ในแต่ลำดับจะมีค่าแตกต่างกัน

- ค่าอิมพีแดนซ์ที่มีกระแสลำดับ บวกไหลผ่าน เรียกว่า อิมพีแดนซ์กระแสลำดับบวก (อิมพีแดนซ์ลำดับบวก, Z_1)

- ค่าอิมพีแดนซ์ที่มีกระแสลำดับ ลบไหลผ่าน เรียกว่า อิมพีแดนซ์กระแสลำดับลบ (อิมพีแดนซ์ลำดับลบ, Z_2)

- ค่าอิมพีแดนซ์ที่มีกระแสลำดับ ศูนย์ไหลผ่าน เรียกว่า อิมพีแดนซ์กระแสลำดับศูนย์ (อิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์, Z_0)

Sequence Impedance of Y-Connected Load



แรงดันแต่ละเฟส เป็น

$$V_a = Z_s I_a + Z_m I_b + Z_m I_c + Z_n I_n$$

$$V_b = Z_m I_a + Z_s I_b + Z_m I_c + Z_n I_n$$

$$V_c = Z_m I_a + Z_m I_b + Z_s I_c + Z_n I_n$$

KCL : $I_n = I_a + I_b + I_c$

แทนค่า I_n ลงในสมการแรงดันแต่ละเฟส จะได้

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s+Z_n & Z_m+Z_n & Z_m+Z_n \\ Z_m+Z_n & Z_s+Z_n & Z_m+Z_n \\ Z_m+Z_n & Z_m+Z_n & Z_s+Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

เขียนเป็น $\mathrm{V}^{abc} = \mathrm{Z}^{abc}\mathrm{I}^{abc}$

$$\mathrm{V}^{abc} = \mathrm{Z}^{abc}\mathrm{I}^{abc}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s+Z_n & Z_m+Z_n & Z_m+Z_n \\ Z_m+Z_n & Z_s+Z_n & Z_m+Z_n \\ Z_m+Z_n & Z_m+Z_n & Z_s+Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_s+Z_n & Z_m+Z_n & Z_m+Z_n \\ Z_m+Z_n & Z_s+Z_n & Z_m+Z_n \\ Z_m+Z_n & Z_m+Z_n & Z_s+Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_s+Z_n & Z_m+Z_n & Z_m+Z_n \\ Z_m+Z_n & Z_s+Z_n & Z_m+Z_n \\ Z_m+Z_n & Z_m+Z_n & Z_s+Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s+3Z_n+2Z_m & 0 & 0 \\ 0 & Z_s-Z_m & 0 \\ 0 & 0 & Z_s-Z_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

ในกรณีไม่มี Mutual Coupling Impedance (Z_m) จะได้

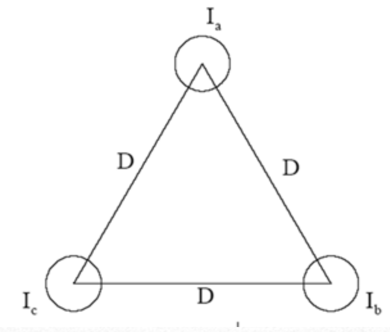
$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s+3Z_n & 0 & 0 \\ 0 & Z_s & 0 \\ 0 & 0 & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{V}_a^{012} = \mathrm{Z}^{012}\mathrm{I}_a^{012}$$

Sequence Impedance

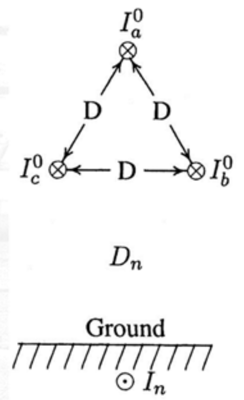
Sequence Impedance of Transmission Lines

- จากความรู้ในเรื่องพารามิเตอร์ในสายส่ง พบว่า ค่าอิมพีแดนซ์จะขึ้นอยู่กับรูปทรงการวางสาย (Geometry of the line)
- ลำดับเฟส (Phase Sequence) ไม่มีผลกระทบต่อค่าอิมพีแดนซ์



จะได้ $Z_1 = Z_2$

- Ground และ Shielding Wire จะส่งผลต่อค่า Z_0
- เสมือนมีกระแสไหลกลับผ่าน Ground (Earth Neutral Line)



$$I_n = I_a + I_b + I_c$$
$$= 3I_{a0}$$

โดยที่ I_n มีทิศทางตรงกันข้ามกับ I_{a0} (เครื่องหมายตรงกันข้าม)

Total Flux Linkage ที่ ตัวนำเฟส a

$$\lambda_{a0} = 2\times10^{-7}\left(I_{a0}\ln\frac{1}{r'} + I_{b0}\ln\frac{1}{D} + I_{c0}\ln\frac{1}{D} + I_n\ln\frac{1}{D_n}\right)$$

เนื่องจาก $I_{a0} = I_{b0} = I_{c0}$ และ $I_n = -3I_{a0}$ (คิดในเรื่องทิศทาง)

$$\lambda_{a0} = 2\times10^{-7} I_{a0}\left(\ln\frac{1}{r'} + \ln\frac{1}{D} + \ln\frac{1}{D} - 3\ln\frac{1}{D_n}\right)$$

$$= 2\times10^{-7} I_{a0}\ln\frac{D_n^3}{r'D^2}$$

จาก $L_0 = \lambda_{a0}/I_{a0}$ (Zero Sequence Inductance per phase in mH per kilometer)

$$L_0 = 0.2\ln\frac{D_n^3}{r'D^2} = 0.2\ln\frac{DD_n^3}{r'D^3}$$

$$= 0.2\ln\frac{D}{r'} + 3\left(0.2\ln\frac{D_n}{D}\right) \quad \text{mH/km}$$

เทอมแรกเหมือน L_1 จะหา Zero Sequence Reactance ได้เป็น

$X_0 = X_1 + 3X_n$ โดยที่ $X_n = 2\pi f\left(0.2\ln\frac{D_n}{D}\right)$ mΩ/km

❖ ในสายส่งจะมีค่า Z_0 มากกว่า Z_1, Z_2 ประมาณ 3 เท่า

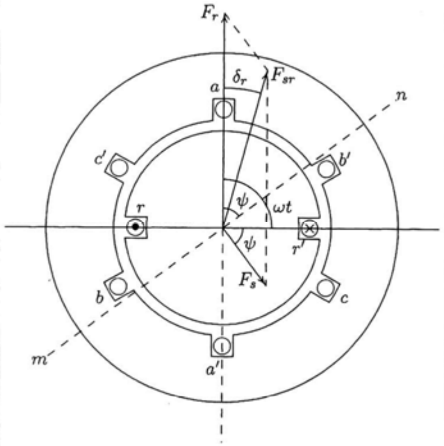
Sequence Impedance of Generator

• ลำดับเฟสของกระแส จะส่งผลต่อทิศทางการหมุนของโรเตอร์

• อิมพีแดนซ์ลำดับบวก เกิดจากกระแสลำดับบวก ไหลจากแรงดันที่มีลำดับเฟสตรงกัน (ลำดับบวก

$$Z_1 = X''_d \quad \text{หรือ} \quad X'_d \quad \text{หรือ} \quad X_d$$

แล้วแต่กระแสฟอลต์ในแต่ละกรณี



ลำดับบวก

$$i_{a1} = I_{\max}\sin(\omega t - \psi)$$

$$i_{b1} = I_{\max}\sin\left(\omega t - \psi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_{c1} = I_{\max}\sin\left(\omega t - \psi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

ลำดับลบ

$$i_{a2} = I_{\max}\sin(\omega t - \psi)$$

$$i_{b2} = I_{\max}\sin\left(\omega t - \psi - \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$i_{c2} = I_{\max}\sin\left(\omega t - \psi - \frac{2\pi}{3}\right)$$

อิมพีแดนซ์ลำดับลบ

• กระแสลำดับลบ มาจากการที่ air gap flux หมุนในทิศทางตรงข้ามกับการหมุนของโรเตอร์ ที่ความเร็ว 2 เท่าของความเร็วซิงโครนัส (n_s)

• กระแสที่ความเร็ว $2n_s$ สร้างจากขดลวดสนามและขดลวด Damping ที่โรเตอร์

• mmf ลำดับลบ เกิดจากค่า Reluctances ของ แกน d และ q

• อิมพีแดนซ์ลำดับลบ มาจากจากขดลวด Damping ดังต่อไปนี้

$$Z_2 = \frac{X''_q + X''_d}{2} \qquad \text{โดยที่} \quad |Z_2| < |Z_1| \quad \text{หรือ} \quad Z_2 \simeq X''_d$$

อิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์

• กระแสลำดับศูนย์ จะทำให้ mmf ที่เกิดขึ้น มีมุมเฟสเวลาเหมือนกัน แต่มุมเฟสในอากาศต่างกัน 120^{O}

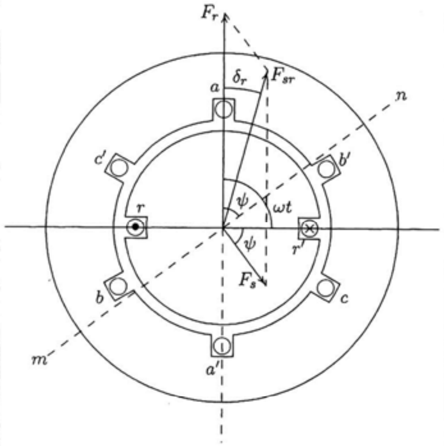
• ค่า mmf ผลลัพธ์ มีค่าเท่ากับ ศูนย์

• ไม่มีรีแอคแตนซ์ที่เกิดจาก Armature Reaction

• อิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์ จะมีค่าประมาณ Leakage Reactance

$$Z_0 \simeq X_{leakage}$$

X_l



ลำดับศูนย์

$$i_{a0} = I_{\max}\sin(\omega t - \psi)$$

$$i_{b0} = I_{\max}\sin(\omega t - \psi)$$

$$i_{c0} = I_{\max}\sin(\omega t - \psi)$$

$$F_s \rightarrow 0$$

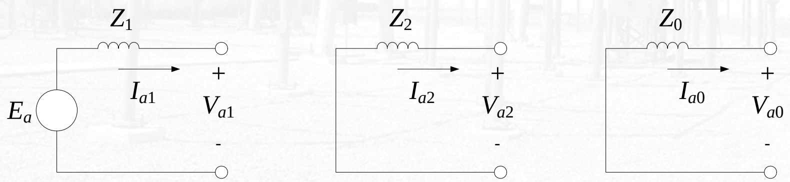
Sequence Impedance of Transformer

- ค่าอิมพีแดนซ์ของหม้อแปลงคือ Leakage Impedance [Z_l]
- ถ้าหม้อแปลงไม่ได้เคลื่อนที่ ค่า Z_l จะคงที่เสมอ ถึงแม้ลำดับเฟสจะมีการเปลี่ยนแปลง
- ถ้าหม้อแปลงมีกระแสลำดับศูนย์ไหล ก็จะมีค่าอิมพีแดนซ์ลำดับเท่ากับ Z_l ด้วย (ขึ้นอยู่กับประเภทหม้อแปลงด้วย)

$$Z_0 = Z_1 = Z_2 = Z_l$$

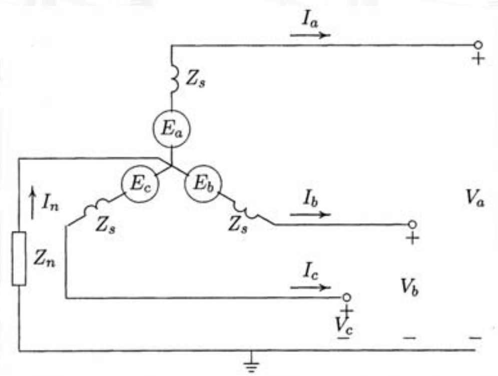
วงจรข่ายลำดับ (Sequence Network)

- วงจรสมมูล 1 เฟส ที่ประกอบด้วยอิมพีแดนซ์และค่าลำดับกระแส (กระแสและอิมพีแดนซ์ในแต่ละลำดับ เป็นอิสระต่อกัน)
- สามารถนำวงจรข่ายลำดับต่างๆ มาต่ออนุกรมหรือขนานกัน เพื่อแสดงภาวะการเกิดฟอลต์ไม่สมมาตรแบบต่างๆ และ คำนวณเพื่อหากระแสฟอลต์ด้วย

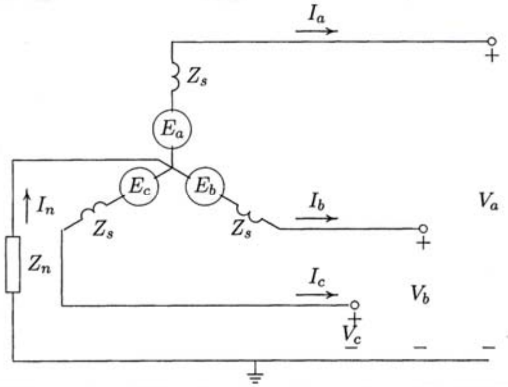


วงจรข่ายลำดับของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

วงจรเครื่องกำเนิดไฟฟ้า 3 เฟสแบบสมมาตร มีนิวทรัล-กราวนด์ ผ่านอิมพีแดนซ์ Z_n



$$\begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ a^2 E_a \\ a E_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ a^2 \\ a \end{bmatrix} E_a$$



KVL :

$$V_a = E_a - Z_s I_a - Z_n I_n$$

$$V_b = E_b - Z_s I_b - Z_n I_n$$

$$V_c = E_c - Z_s I_c - Z_n I_n$$

จาก $I_n = I_a + I_b + I_c$ จะได้

$$V_a = E_a - Z_s I_a - Z_n (I_a + I_b + I_c)$$

$$V_b = E_b - Z_s I_b - Z_n (I_a + I_b + I_c)$$

$$V_c = E_c - Z_s I_c - Z_n (I_a + I_b + I_c)$$

เขียนเป็นเมตริก $\mathrm{V}^{abc} = \mathrm{E}^{abc} - \mathrm{Z}^{abc}\mathrm{I}^{abc}$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_s + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_s + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_s + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{V}^{abc} = \mathrm{E}^{abc} - \mathrm{Z}^{abc}\mathrm{I}^{abc} \longrightarrow \mathrm{AV}_a^{012} = \mathrm{AE}_a^{012} - \mathrm{Z}^{abc}\mathrm{AI}_a^{012}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_s + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_s + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_s + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

คูณด้วย A^{-1} $\mathrm{V}_a^{012} = \mathrm{E}_a^{012} - \mathrm{A}^{-1}\mathrm{Z}^{abc}\mathrm{AI}_a^{012} = \mathrm{E}_a^{012} - \mathrm{Z}^{012}\mathrm{I}_a^{012}$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_s + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_s + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_s + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_s + Z_n & Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_s + Z_n & Z_n \\ Z_n & Z_n & Z_s + Z_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_s + 3Z_n & 0 & 0 \\ 0 & Z_s & 0 \\ 0 & 0 & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

กรณีระบบ 3 เฟส แบบสมมาตร พบว่า $|E_a| = |E_b| = |E_c|$

$$\begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_a \\ E_b \\ E_c \end{bmatrix}$$

$$E_{a0} = \frac{1}{3}\left(E_a + E_b + E_c\right) = \frac{1}{3}\left(E_a + a^2 E_a + aE_a\right) = 0$$

$$E_{a1} = \frac{1}{3}\left(E_a + aE_b + a^2 E_c\right) = \frac{1}{3}\left(E_a + a\left(a^2 E_a\right) + a^2\left(aE_a\right)\right) = E_a$$

$$E_{a2} = \frac{1}{3}\left(E_a + a^2 E_b + aE_c\right) = \frac{1}{3}\left(E_a + a^2\left(a^2 E_a\right) + a\left(aE_a\right)\right) = 0$$

$$\begin{bmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{a0} \\ E_{a1} \\ E_{a2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_a \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{bmatrix}$$

เขียนสมการแต่ละส่วนได้เป็น

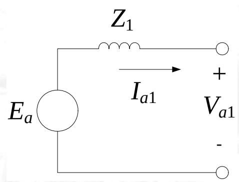
$$V_{a0} = 0 - Z_0 I_{a0}$$

$$V_{a1} = E_a - Z_1 I_{a1}$$

$$V_{a2} = 0 - Z_2 I_{a2}$$

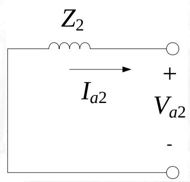
โดยที่ $Z_1 = Z_2 = Z_s$ และ $Z_0 = Z_s + 3Z_n$

Positive Sequence



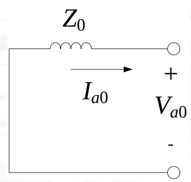
$V_{a1} = E_a - Z_1 I_{a1}$

Negative Sequence



$V_{a2} = 0 - Z_2 I_{a2}$

Zero Sequence



$V_{a0} = 0 - Z_0 I_{a0}$

วงจรข่ายลำดับของระบบไฟฟ้า

- หาค่าอิมพีแดนซ์ลำดับต่างของระบบ เพื่อทำเป็นวงจรข่ายลำดับ ซึ่งจะทำให้ทราบกระแสลำดับต่างๆ ในขณะเกิดฟอลต์ไม่สมมาตร

- ระบบ 3 เฟสสมมาตร กระแสที่ไหลทั้ง 3 เฟสสมดุล ทำให้จุดนิวทรัลทุกจุดมีค่าศักย์ไฟฟ้าเท่ากัน จึงใช้เป็นจุดอ้างอิง สำหรับลำดับบวกและลำดับลบ

วงจรข่ายลำดับบวก ของระบบไฟฟ้า

เหมือนวงจรแผนภาพรีแอคแตนซ์ของระบบ เพียงแต่แทนค่ารีแอคแตนซ์ด้วยรีแอคแตนซ์ลำดับบวก

เครื่องกำเนิดไฟฟ้า $X_1 \simeq X_d'', X_d', X_d$

สายส่ง $Z_1 = Z_{line}$

หม้อแปลงไฟฟ้า $Z_1 = Z_{leakage}$ (อิมพีแดนซ์รั่วไหล)

วงจรข่ายลำดับลบ ของระบบไฟฟ้า

เหมือนวงจรแผนภาพรีแอคแตนซ์ของระบบ แต่จะตัดแหล่งจ่ายแรงดันออก และแทนค่ารีแอคแตนซ์ด้วยรีแอคแตนซ์ลำดับลบ

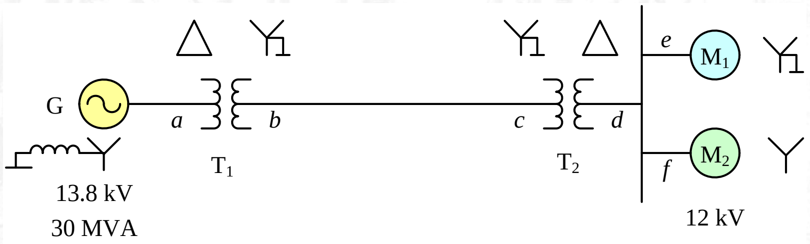
เครื่องกำเนิดไฟฟ้า $X_2 \simeq X_d''$

สายส่ง $Z_2 = Z_{line}$

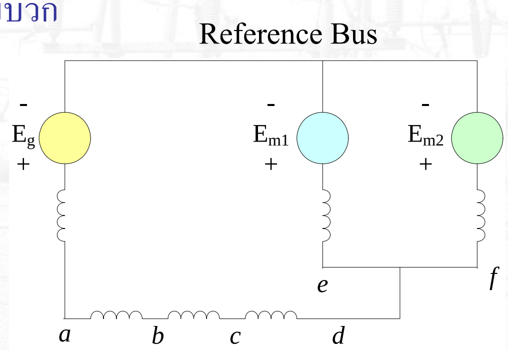
หม้อแปลงไฟฟ้า $Z_2 = Z_{leakage}$ (อิมพีแดนซ์รั่วไหล)

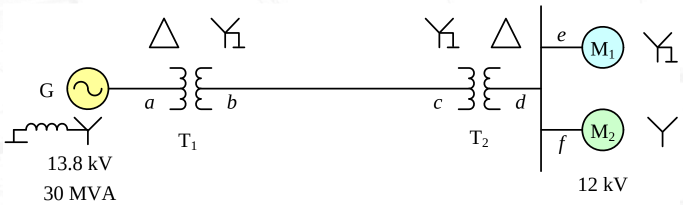
ตัวอย่างที่ 3

จงเขียนวงจรข่ายลำดับบวกและลบของระบบ โดยกำหนดให้รีแอคแตนซ์ลำดับบวกและลำดับลบเท่ากับ ค่าซับทรานเซียนรีแอคแตนซ์

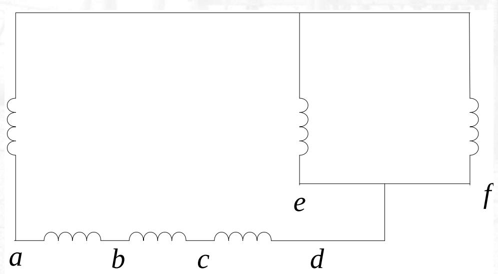


วงจรข่ายลำดับบวก





วงจรข่ายลำดับลบ



วงจรข่ายลำดับศูนย์ ของระบบไฟฟ้า

- จะต้องพิจารณาเกี่ยวกับกระแสลงดิน และกระแสที่ไหลย้อนกลับ
- จะต้องพิจารณาแยกแต่ละส่วนของระบบ คือ

- โหลด

- สายส่ง

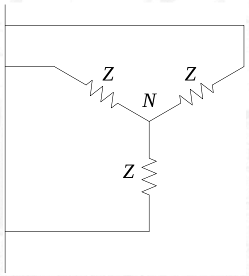
- เครื่องกำเนิดไฟฟ้า

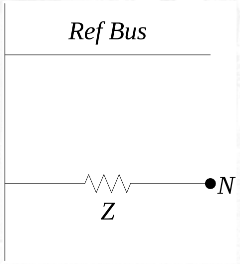
- หม้อแปลงไฟฟ้า

วงจรข่ายลำดับศูนย์ของโหลด

1. โหลดแบบ Y - นิวทรัลไม่ต่อลงดิน

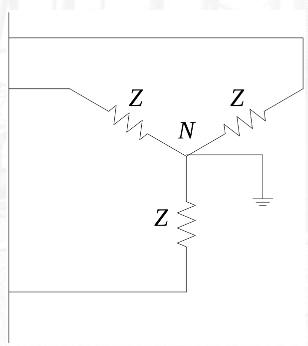
- เหมือนเปิดวงจรระหว่างนิวทรัลกับบัสอ้างอิง
- ผลรวมของกระแสที่ไหลไปยังนิวทรัลจะเป็นศูนย์

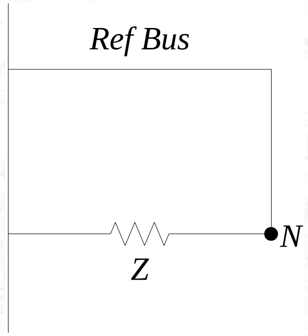




2. โหลดแบบ Y - นิวทรัลต่อลงดิน

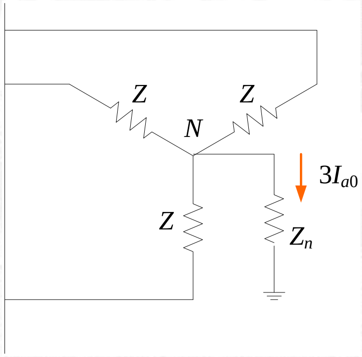
- เหมือนลัดวงจรระหว่างนิวทรัลกับบัสอ้างอิง
- ค่าอิมพีแดนซ์ระหว่างนิวทรัลกับบัสอ้างอิง จะเป็นศูนย์

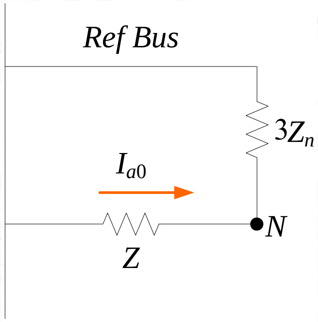




3. โหลดแบบ Y – นิวทรัลต่อลงดิน ผ่านอิมพีแดนซ์

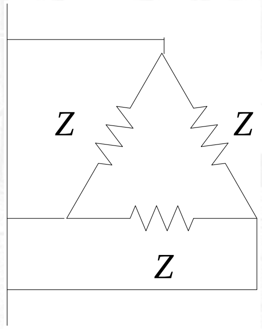
- เนื่องจาก กระแสนิวทรัล $I_n = 3I_{a0}$
- ค่าอิมพีแดนซ์ระหว่างนิวทรัลกับบัสอ้างอิง จะเป็น $3Z_n$

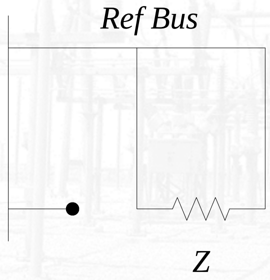




4. โหลดแบบ △

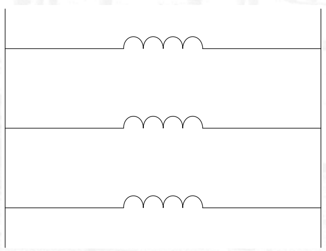
- จะไม่ส่วนที่ต่อลงดิน ซึ่งจะไม่ทางไหลกลับของกระแส
- มีกระแสลำดับศูนย์ไหลวนอยู่ในวงจร △ ซึ่งเกิดจากการเหนี่ยวนำของแหล่งจ่ายภายนอก

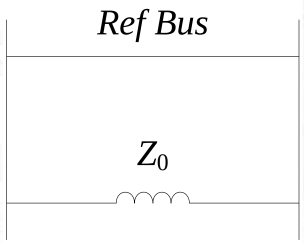




วงจรข่ายลำดับศูนย์ของสายส่ง

- ต้องทราบอิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์ของสายส่ง



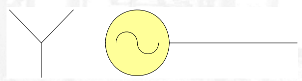


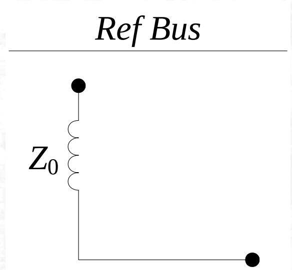
วงจรข่ายลำดับศูนย์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

- แบ่งชนิดวงจรข่ายลำดับ ตามการต่อนิวทรัล

$$\boxed{X_0 \simeq X_{leakage}}$$

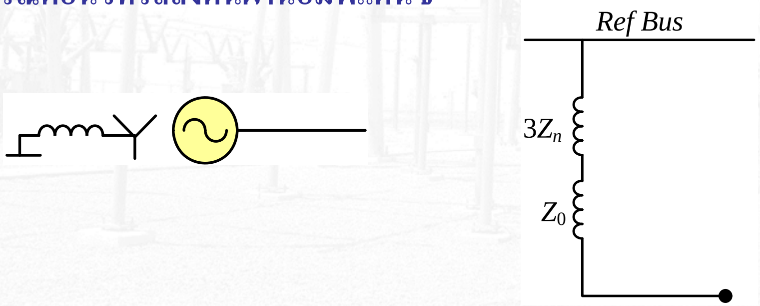
กรณีไม่ต่อนิวทรัล





กรณีต่อนิวทรัลลงดิน

กรณีต่อนิวทรัลลงดินผ่านอิมพีแดนซ์



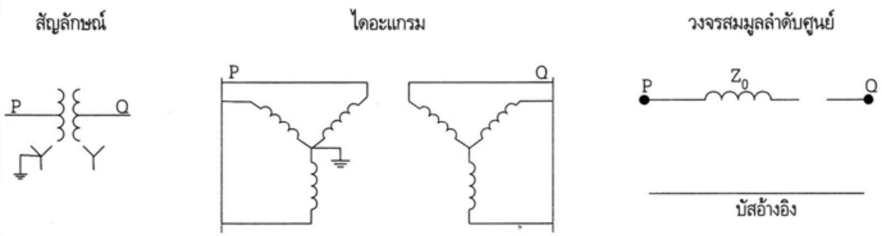
วงจรข่ายลำดับศูนย์ของหม้อแปลงไฟฟ้า

- การต่อขดลวดมีหลายแบบ → วงจรข่ายลำดับศูนย์มีหลายแบบ
- ลูกศรในไดอะแกรม หมายถึง ทิศทางการไหลของกระแสลำดับศูนย์
- ไดอะแกรมที่ไม่มีลูกศร หมายถึง วงจรไม่มีกระแสลำดับศูนย์ไหล
- ไม่คิดค่าความต้านทานและกระแสกระตุ้นของหม้อแปลง

โดยที่ $Z_0 = Z_{leakage}$

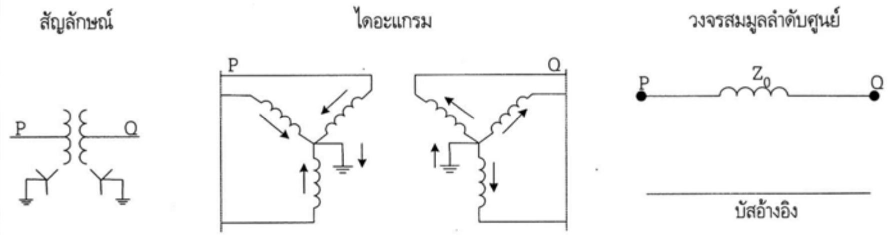
1. หม้อแปลง Y – Y โดยมีนิวทรัลต่อลงดินด้านหนึ่ง

- กระแสลำดับศูนย์ไม่สามารถไหลจากด้านลงดินมาอีกด้านหนึ่งได้
- วงจรสมมูลลำดับศูนย์จะมีลักษณะเปิดวงจร



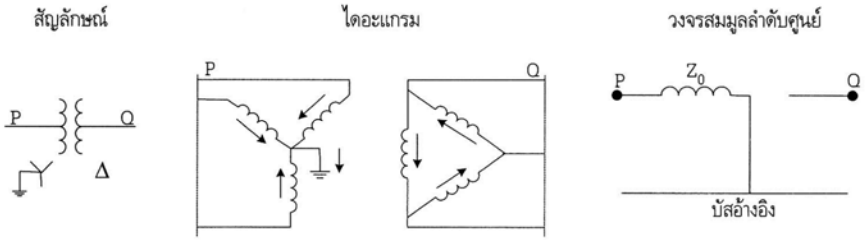
2. หม้อแปลง Y – Y โดยมีนิวทรัลต่อลงดินทั้ง 2 ด้าน

- กระแสลำดับศูนย์สามารถไหลผ่านขดลวดทั้ง 2 ด้านได้
- วงจรสมมูลลำดับศูนย์ต่อเชื่อมทั้ง 2 ด้านของหม้อแปลงผ่านอิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์ของหม้อแปลง



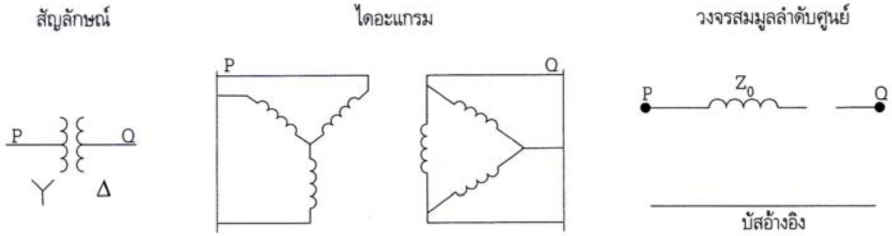
3. หม้อแปลง $Y-\Delta$ โดยมีนิวทรัลของ Y ต่อลงดิน

- กระแสลำดับศูนย์ไหลลงดินทางด้าน Y เหนี่ยวนำให้เกิดกระแสไหลวนด้าน Δ
- กระแสไหลวนในด้าน Δ จะสมดุลกับกระแสลำดับศูนย์ในด้าน Y จึงไม่มีกระแสลำดับศูนย์ไหลในสายด้าน Δ



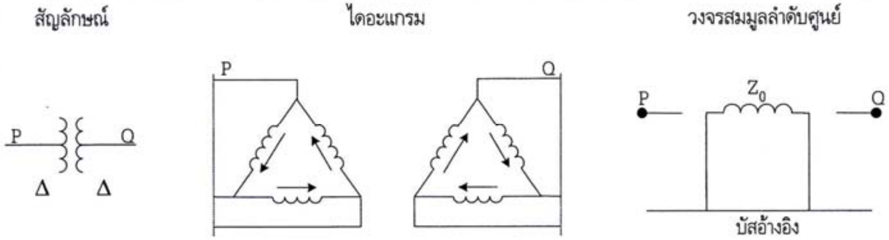
4. หม้อแปลง $Y-\Delta$ โดยมีนิวทรัลของ Y ไม่ต่อลงดิน

- จะไม่มีเส้นทางให้กระแสลำดับศูนย์ไหลผ่านหม้อแปลงได้
- ด้าน Δ จึงไม่มีกระแสลำดับศูนย์ไหลด้วย → เปิดวงจรลำดับศูนย์ทางด้าน Δ



5. หม้อแปลง $\Delta-\Delta$

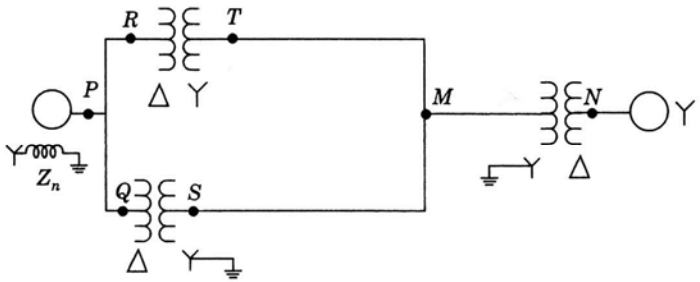
- จะไม่มีเส้นทางไหลกลับให้กระแสลำดับศูนย์ไหลผ่านหม้อแปลง
- จะมีกระแสลำดับศูนย์ไหลวนในขดลวดแต่ละชุดเท่านั้น

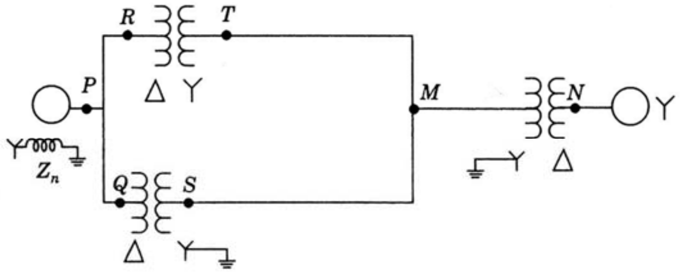


ตัวอย่างที่ 3

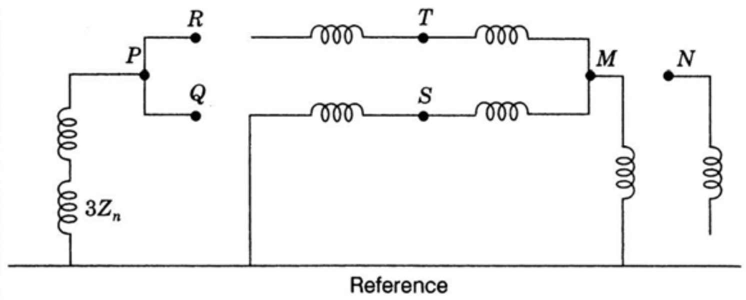
จากแผนภาพเส้นเดี่ยวของระบบไฟฟ้ากำลัง ให้เขียนวงจรข่ายลำดับศูนย์ โดยไม่คิดค่าต้านทานและชันต์แอดมิตแตนซ์

3.1

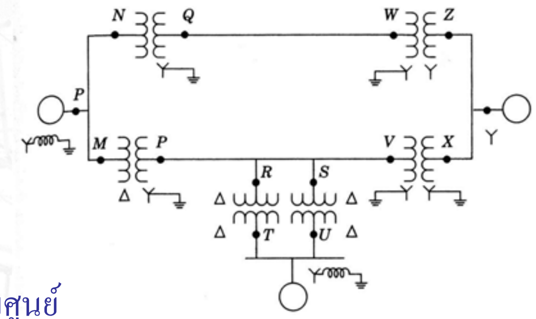




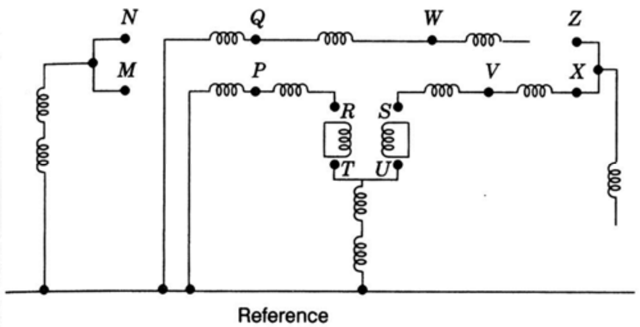
วงจรข่ายลำดับศูนย์



4.2



วงจรข่ายลำดับศูนย์

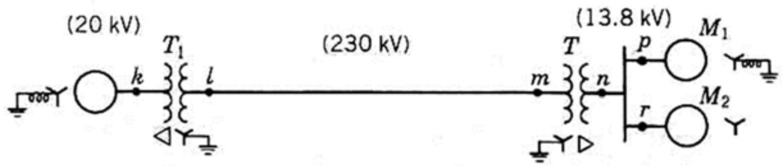


ตัวอย่างที่ 4

จากไดอะแกรมระบบไฟฟ้าดังรูป มีพิกัดดังนี้

G :	300 MVA	20 kV, X''_g = 20 %
M1 :	200 MVA	13.2 kV, X''_m = 20 %
M2 :	100 MVA	13.2 kV, $\mathbf{X}''_m$ = 20 %
T1 :	3 เฟส 350 MVA	230/20 kV, X = 10 %
T2 :	1 เฟส 3 ตัว ตัวละ 100 MVA	127/13.2 kV, X = 10 %

จงหา วงจรข่ายลำดับศูนย์ (Zero Sequence Network)



กำหนด อิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์ของเครื่องกำเนิดไฟฟ้าและมอเตอร์ มีค่า 0.05 p.u.

- ค่ารีแอกแตนซ์จำกัดกระแส (นิวทรัล) = 0.4 Ohm
- ค่าลำดับศูนย์ของสายส่ง = 1.5 Ohm/km (ยาว 64 km)

ค่าฐาน คือ ค่าพิกัดของเครื่องกำเนิดไฟฟ้า

ค่ารีแอคแตนซ์ลำดับศูนย์ ของหม้อแปลง มีค่าเท่ากับค่ารีแอคแตนซ์ลำดับบวก ของหม้อแปลง

T2 ค่าพิกัดกำลังไฟฟ้า $= 3\times 100 \quad = 300 \ \text{MVA}$

แรงดันระหว่างสาย $= \dfrac{\sqrt{3}\times 127}{13.2} = \dfrac{220}{13.2}$ kV

ค่าแรงดันฐาน ในส่วนอื่นๆ

สายส่ง 230 kV

มอเตอร์ $230\times\dfrac{13.2}{220} = 13.8 \ \text{kV}$

รีแอคแตนซ์ของหม้อแปลง ที่ค่าฐาน 300 MVA

T1 $X_0 = 0.1\times\dfrac{(13.8)^2}{(13.8)^2}\times\dfrac{300}{350} = 0.0857 \ \text{p.u.}$

$Z_{0,Tr}$

T2 $X_0 = 0.1\times\dfrac{(13.2)^2}{(13.8)^2}\times\dfrac{300}{300} = 0.0915 \ \text{p.u.}$

ค่าอิมพีแดนซ์ฐาน ของวงจรสายส่ง $= \dfrac{(230)^2}{300} = 176.3\ \Omega$

p.u. สายส่ง $X_0 = \dfrac{1.5\times 64}{176.3}$

$= 0.5445 \ \text{p.u.}$ $Z_{0,line}$

❖ รีแอคแตนซ์ลำดับศูนย์ ของเครื่องจักรไฟฟ้าในระบบ

G $X_0 = 0.05 \ \text{p.u.}$

M1 $X_0 = 0.05\times\dfrac{(13.2)^2}{(13.8)^2}\times\dfrac{300}{200} = 0.0686 \ \text{p.u.}$

M2 $X_0 = 0.05\times\dfrac{(13.2)^2}{(13.8)^2}\times\dfrac{300}{100} = 0.1372 \ \text{p.u.}$

❖ อิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์ ของนิวทรัล (หาจากรีแอคแตนซ์จำกัดกระแส 0.4 Ohm)

- Base รีแอคแตนซ์ของ G $= \dfrac{(20)^2}{300} = 1.333\ \Omega$

- p.u. อิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์ ในสายนิวทรัล G

$3Z_n = 3\times\dfrac{0.4}{1.333} = 0.900$

• Base รีแอคแตนซ์ของ M1 $= \dfrac{(13.8)^2}{300} = 0.635\ \Omega$

• p.u. อิมพีแดนซ์ลำดับศูนย์ ในสายนิวทรัล M1

$$3Z_n = 3 \times \frac{0.4}{0.635} = 1.890$$

❖ สามารถเขียนแผนภาพวงจรข่ายลำดับศูนย์ ได้เป็น