

สัปดาห์ที่ 2

การวิเคราะห์สัญญาณไซน์ที่สภาวะคงตัว

Sinusoidal Steady-State Analysis (Part II)

1

จุดประสงค์การเรียนรู้

- สามารถวิเคราะห์วงจรแบบโหนดโดยใช้เฟสเซอร์ได้
- สามารถวิเคราะห์วงจรแบบลูป (เมช) โดยใช้เฟสเซอร์ได้
- นำทฤษฎีต่างๆ ได้แก่ ทฤษฎีการวางซ้อน
ทฤษฎีของเทวินินและนอร์ตันมาใช้ในการวิเคราะห์วงจร
ที่แหล่งจ่ายเป็นสัญญาณไซน์ได้

2

เนื้อหา

- ☐ การวิเคราะห์วงจรโดยใช้เฟสเซอร์
 - ☐ การวิเคราะห์แบบโหนด
 - ☐ การวิเคราะห์แบบเมช
 - ☐ การใช้ทฤษฎีการวางซ้อน
 - ☐ การใช้ทฤษฎีเทวินินและนอร์ตัน
- ☐ บทสรุป

3

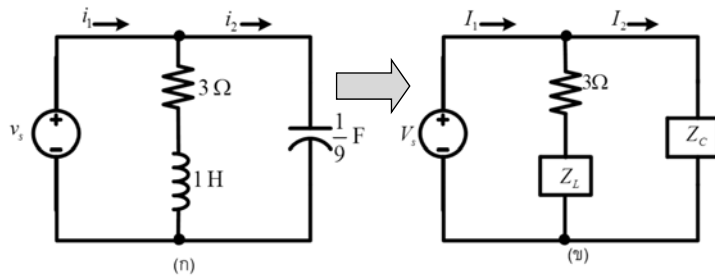
การวิเคราะห์วงจรโดยใช้เฟสเซอร์

ขั้นตอนการวิเคราะห์วงจร

- ☐ แปลงวงจรจากโดเมนเวลาเป็นโดเมนความถี่
- ☐ วิเคราะห์วงจรเช่นเดียวกับวงจรไฟฟ้ากระแสตรง
- ☐ ใช้กฎของโอห์ม
- ☐ ใช้กฎของเคอร์ชอฟฟ์
 - ☐ การแบ่งกระแส
 - ☐ การแบ่งแรงดัน
- ☐ ใช้การวิเคราะห์แบบโหนดและการวิเคราะห์แบบเมช
- ☐ ทฤษฎีการวางซ้อน
- ☐ ทฤษฎีของเทวินินและนอร์ตัน
- ☐ แปลงกลับเป็นโดเมนเวลา

4

ตัวอย่างที่ 13 จงหากระแสที่สภาวะคงตัว i_1 , i_2 เมื่อแหล่งจ่ายแรงดันมีค่าเป็น $v_s(t) = 10 \cos 3t$ V



วิธีทำ เฟสเซอร์ของแหล่งจ่าย $V_s = 10 \angle 0^\circ$

อิมพีแดนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ $Z_L = j\omega L = j(3)(1) = j3 \Omega$

อิมพีแดนซ์ของตัวเก็บประจุ $Z_C = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{(3)\left(\frac{1}{9}\right)} = -j \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)} = -j3 \Omega$

ค่าอิมพีแดนซ์สมมูล

$$\begin{aligned} Z_{eq} &= (3 + Z_L) // Z_C = \frac{(4.24 \angle 45^\circ)(3 \angle -90^\circ)}{3} \\ &= \frac{(3 + j3)(-j3)}{(3 + j3) + (-j3)} = 4.24 \angle -45^\circ \Omega \end{aligned}$$

5

ตัวอย่างที่ 13

หากระแสเฟสเซอร์ I_1 ใช้กฎของโอห์ม $\Rightarrow I_1 = \frac{V_s}{Z_{eq}} = \frac{10}{4.24 \angle -45^\circ} = 2.36 \angle 45^\circ$

หากระแส I_2 โดยใช้การแบ่งกระแส

$$\begin{aligned} I_2 &= \left(\frac{Z_1}{Z_1 + Z_C} \right) I_1 \\ &= \frac{3 + j3}{3 + j3 - j3} (2.36 \angle 45^\circ) \\ &= (1 + j1)(2.36 \angle 45^\circ) = (\sqrt{2} \angle 45^\circ)(2.36 \angle 45^\circ) \\ &= 3.33 \angle 90^\circ \end{aligned}$$

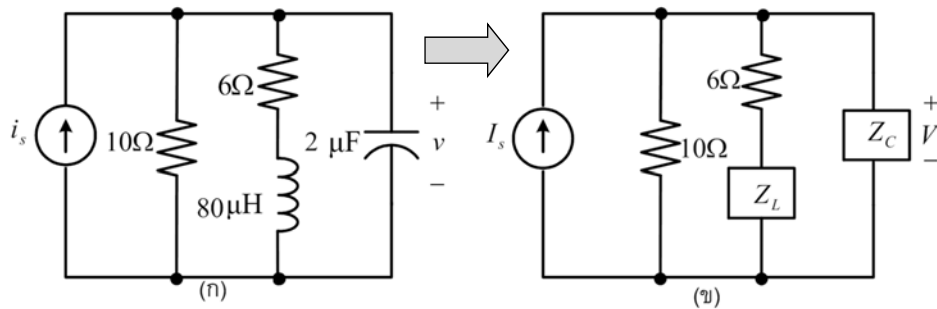
กระแสในโดเมนเวลา

$$\left. \begin{aligned} i_1(t) &= 2.36 \cos(3t + 45^\circ) \text{ A} \\ i_2(t) &= 3.33 \cos(3t + 90^\circ) \text{ A} \end{aligned} \right\}$$

6

ตัวอย่างที่ 14 จงหาแรงดันที่สภาวะคงตัว $v(t)$

กำหนดให้แหล่งจ่ายกระแส $i_s = 10\cos 10^5 t$ A



เฟสเซอร์ของแหล่งจ่าย $I_s = 10\angle 0^\circ$

ค่าอิมพีแดนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ $Z_L = j\omega L = j(10^5)(80)(10^{-6}) = j8$

ค่าอิมพีแดนซ์ของตัวเก็บประจุ $Z_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{(10^5)(2)(10^{-6})} = -j5 \Omega$

7

ตัวอย่างที่ 14

อิมพีแดนซ์สมมูล

$$Z_1 = 6 + j8$$

$$Z_2 = \frac{(Z_1)(Z_C)}{Z_1 + Z_C} = \frac{(6 + j8)(-j5)}{6 + j8 - j5} = \frac{40 - j30}{6 + j3} = \frac{50\angle -36.9^\circ}{6.7\angle 26.6^\circ}$$

$$Z_2 = 7.5\angle -63.5^\circ$$

$$Z_{eq} = \frac{10Z_2}{10 + Z_2} = \frac{10(7.5\angle -63.5^\circ)}{10 + 3.4 - j6.7} = \frac{75\angle -63.5^\circ}{15\angle -26.6^\circ} = 5\angle -36.9^\circ$$

แรงดันเฟสเซอร์

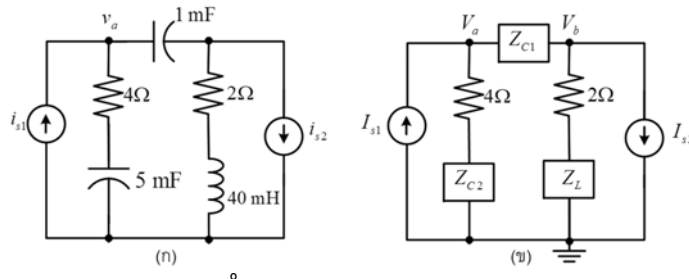
$$V = I_s Z_{eq} = 10(5\angle -36.9^\circ) = 50\angle -36.9^\circ$$

แรงดันที่แปรตามเวลา

$$v(t) = 50\cos(10^5 t - 36.9^\circ) \text{ v}$$

8

ตัวอย่างที่ 15 จงหาแรงดัน V_a เมื่อ $i_{s1} = \cos 100t$ A และ $i_{s2} = 0.5 \sin 100t$ A
 โดยวิธี (ก) การวิเคราะห์แรงดันโหนด
 (ข) การวิเคราะห์กระแสเมช



เฟสเซอร์ของแหล่งจ่ายกระแสเป็น $I_{s1} = 1 \angle 0$ $I_{s2} = 0.5 \angle -90$

อิมพีแดนซ์ของตัวเก็บประจุ $Z_{C1} = -j \frac{1}{\omega C_1} = -j \frac{1}{(100)(1(10^{-3}))} = -j10 \Omega$
 $Z_{C2} = -j \frac{1}{\omega C_2} = -j \frac{1}{(100)(5(10^{-3}))} = -j2 \Omega$

9

ตัวอย่างที่ 15

อิมพีแดนซ์ของตัวเหนี่ยวนำ

$$Z_L = j\omega L = j(100)(40)(10^{-3}) = j4$$

ค่าอิมพีแดนซ์สมมูล $Z_1 \Rightarrow Z_1 = 4 + Z_{C2} = 4 - j2$

ค่าอิมพีแดนซ์สมมูล $Z_2 \Rightarrow Z_2 = 2 + Z_L = 2 + j4$

KCL ที่โหนด $V_a \Rightarrow \frac{V_a - 0}{Z_1} + \frac{V_a - V_b}{Z_{C1}} = I_{s1}$
 $\frac{1}{Z_1} V_a + \frac{1}{Z_{C1}} V_a - \frac{1}{Z_{C1}} V_b = I_{s1}$
 $(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_{C1}}) V_a - \frac{1}{Z_{C1}} V_b = I_{s1}$

$$(2 + j2)V_a - jV_b = 10 \angle 0$$

10

ตัวอย่างที่ 15

การวิเคราะห์แรงดันโหนด

ใช้ KCL ที่โหนด $V_b \Rightarrow \frac{V_a - V_b}{Z_{C1}} = \frac{V_b - 0}{Z_2} + I_{s2}$

$$-\frac{1}{Z_{C1}}V_a + \left(\frac{1}{Z_{C1}} + \frac{1}{Z_2}\right)V_b = -I_{s2}$$

$$-jV_a + (1-j)V_b = -5\angle -90^\circ$$

เขียนเมตริกซ์ $ZI = V \Rightarrow \begin{bmatrix} 2+j2 & -j \\ -j & 1-j \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5j \end{bmatrix}$

$$\det Z = (2+j2)(1-j) - (-j)(-j) = 5$$

หาแรงดันที่โหนด V_a

$$V_a = \frac{\begin{bmatrix} 10\angle 0^\circ & -j \\ 5j & 1-j \end{bmatrix}}{\det Z} = 2.25\angle -63.5^\circ$$

แรงดันที่แปรตามเวลามีค่าเป็น $\Rightarrow v_a(t) = 2.25\cos(100t - 63.5^\circ) \text{ V}$

11

ตัวอย่างที่ 15

การวิเคราะห์กระแสเมช

KVL ที่เมช I_2

$$V_{Z_{C1}} + V_{Z_1} + V_{Z_2} = 0$$

$$(Z_1 + Z_2 - Z_{C1})I_2 = Z_2I_3 + Z_1I_1$$

$$(6-j8)I_2 = 6-j3$$

$$I_2 = \frac{6-j3}{6-j8} = \frac{6.7\angle -26.6^\circ}{10\angle -53.1^\circ}$$

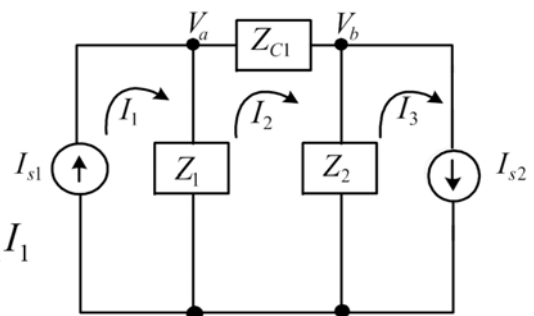
$$I_2 = 0.67\angle 62.5^\circ = 0.6 + j0.3$$

แรงดันที่โหนด

$$\begin{aligned} V_a &= Z_1(I_1 - I_2) \\ &= (4-j2)(1+j0 - 0.6-j0.3) \\ &= (4.5\angle -26.6^\circ)(0.5\angle -36.9^\circ) \\ &= 2.25\angle -63.5^\circ \end{aligned}$$

$v_a(t)$ ที่แปรตามเวลา

$$\Rightarrow v_a(t) = 2.25\cos(100t - 63.5^\circ) \text{ V}$$



12

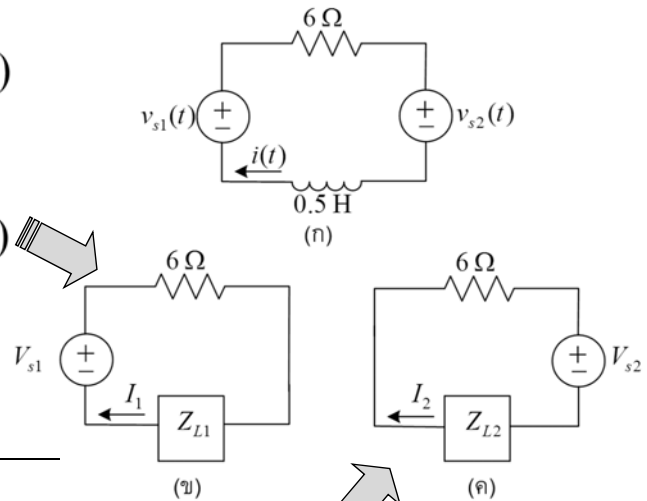
ตัวอย่างที่ 16 จงใช้ทฤษฎีการวางซ้อนเพื่อหาค่ากระแสที่สภาวะคงตัว

กำหนดให้ $v_{s1}(t) = 12 \cos(4t + 45^\circ)$ V และ $v_{s2}(t) = 5 \sin 3t$ V

วิธีทำ คำนวณกระแส $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$

$\omega_1 = 4 \text{ rad/s}$ และ $V_{s1} = 12 \angle 0^\circ$
 $Z_{L1} = j\omega_1 L = j(4)(0.05) = j2 \Omega$

$\omega_2 = 3 \text{ rad/s}$ และ $V_{s2} = 5 \angle -90^\circ$
 $Z_{L2} = j\omega_2 L = j(3)(0.05) = j1.5 \Omega$



13

ตัวอย่างที่ 16

หากระแส I_1

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \frac{V_{s1}}{Z_{T1}} \\
 &= \frac{12 \angle 45^\circ}{6 + j2} \\
 &= \frac{12 \angle 45^\circ}{6.32 \angle 18.43^\circ} \\
 &= 1.89 \angle 26.57^\circ
 \end{aligned}$$

กระแส

$i_1(t) = 1.89 \cos(4t + 26.57^\circ)$ A

หากระแส I_2

$$\begin{aligned}
 I_2 &= -\frac{V_{s2}}{Z_{T2}} \\
 &= -\frac{5 \angle -90^\circ}{6 + j1.5} \\
 &= -\frac{5 \angle -90^\circ}{6.18 \angle 14^\circ} \\
 &= 0.8 \angle (-104 + 180)^\circ \\
 &= 0.8 \angle 76^\circ
 \end{aligned}$$

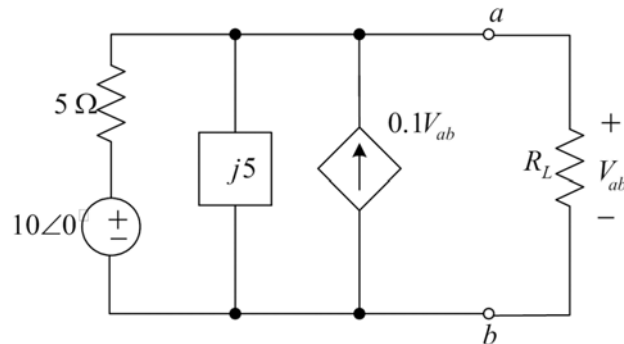
กระแส

$i_2(t) = 0.8 \cos(3t + 76^\circ)$
 $= 0.8 \sin(3t + 166^\circ)$ A

14

ตัวอย่างที่ 17 (ก) จงเขียนแทนด้วยวงจรสมมูลเทวินินที่ประกอบด้วยแหล่งจ่ายแรงดัน V_{oc} ต่ออนุกรมกับอิมพีแดนซ์ Z_t ทางด้านซ้ายมือของขั้ว a-b

(ข) จงเขียนแทนด้วยวงจรสมมูลนอร์ตันที่ประกอบด้วยแหล่งจ่ายกระแส I_{sc} ต่อขนานกับอิมพีแดนซ์ Z_n โดยที่ $Z_t = Z_n$ ทางด้านซ้ายมือของขั้ว a-b

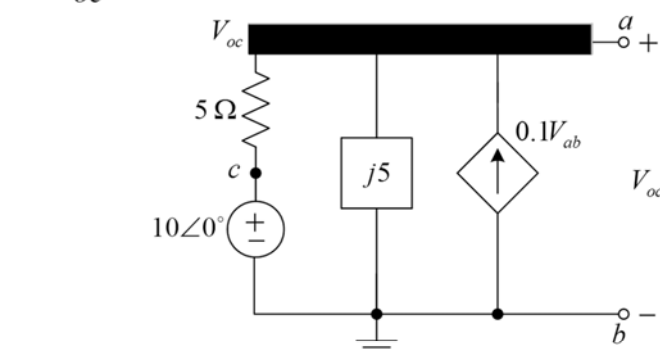


15

ตัวอย่างที่ 17

วิธีทำ หาแรงดัน V_{oc}

KCL ที่โหนด a



$$\frac{V_{oc} - 10\angle 0^\circ}{5} + \frac{V_{oc}}{j5} - 0.1V_{oc} = 0$$

$$(0.5 - j)V_{oc} = 10$$

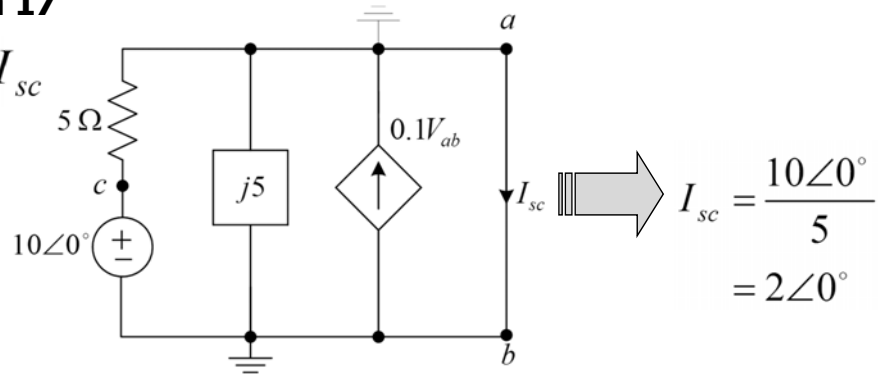
$$V_{oc} = \frac{10}{1.12\angle -63.43^\circ}$$

$$= 8.9\angle 63.43^\circ$$

16

ตัวอย่างที่ 17

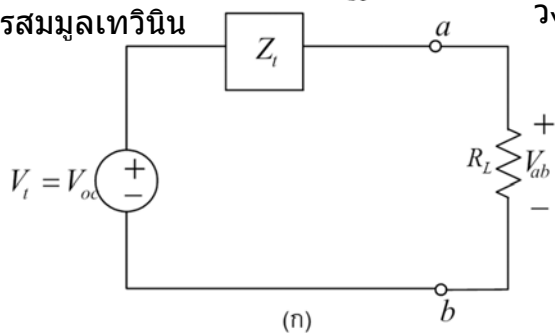
หากระแส I_{sc}



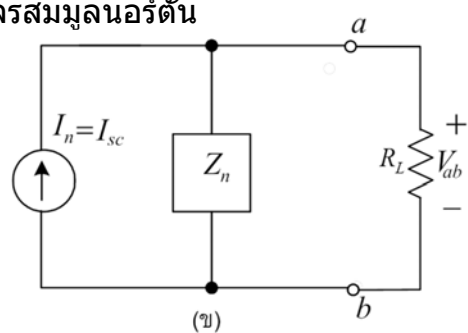
หาอิมพีแดนซ์สมมูลของเทวินินและนอร์ตัน

$$Z_t = Z_n = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{8.9\angle 63.43^\circ}{2} = 4.45\angle 63.43^\circ = 2 + j4 \quad \Omega$$

วงจรสมมูลเทวินิน



วงจรสมมูลนอร์ตัน



17

บทสรุปสัปดาห์ที่ 2

การวิเคราะห์สัญญาณไซน์ที่สภาวะคงตัว

□ การวิเคราะห์วงจรใช้การวิเคราะห์เช่นเดียวกับไฟฟ้ากระแสตรง

□ การวิเคราะห์แบบโหนด

□ การวิเคราะห์แบบเมช

□ การใช้ทฤษฎีการวางซ้อน

□ การใช้ทฤษฎีเทวินินและนอร์ตัน

□ ผลตอบสนองที่ได้จะทำการแปลงกลับในโดเมนเวลา

□ ผลตอบสนองเป็นผลตอบสนองที่สภาวะคงตัว